

Maxwell se ne rese conto e procedette quindi a riassumere, nel minore numero possibile di equazioni indipendenti, tutte le nostre conoscenze sul campo elettromagnetico. Queste equazioni, note come **equazioni di Maxwell**, non sono qui riportate perché richiedono l'uso di concetti matematici che esorbitano dal quadro di conoscenze che vengono assunte come note in questo libro. Possiamo tuttavia raccogliere quelle leggi fisiche che abbiamo appreso nello studio della elettricità e del magnetismo, a ciascuna delle quali corrisponde una delle equazioni di Maxwell. Esse sono:

Nel Sistema Internazionale	Nel Sistema C.G.S. di Gauss
(1a) $\Phi_{sc}(\mathbf{D}) = \sum_i Q_i$	(1b) $\Phi_{sc}(\mathbf{D}) = 4\pi \sum_i Q_i$
(2a) $\Phi_{sc}(\mathbf{B}) = 0$	(2b) $\Phi_{sc}(\mathbf{B}) = 0$
(3a) $C(\mathbf{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t}$	(3b) $C(\mathbf{E}) = -\frac{1}{c} \frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t}$ (14.7)
(4a) $C(\mathbf{H}) = in' + \frac{\Delta\Phi(\mathbf{D})}{\Delta t}$	(4b) $C(\mathbf{H}) = \frac{4\pi}{c} in' + \frac{1}{c} \frac{\Delta\Phi(\mathbf{D})}{\Delta t}$

La prima di queste leggi è la formula 2.33 del paragrafo 2.11, che esprime il teorema di Gauss: a secondo membro figura la somma algebrica di tutte e sole le cariche elettriche contenute nell'interno della superficie chiusa attraverso cui è calcolato il flusso uscente del vettore \mathbf{D} ; essa è una conseguenza del fatto che il campo elettrico \mathbf{E} , generato da una carica puntiforme, decresce al crescere della distanza come $1/r^2$ (legge di Coulomb). La seconda è la formula (10.29) del paragrafo 10.9; essa è una conseguenza del fatto che non esistono poli magnetici isolati, cosicché le linee di campo del vettore \mathbf{B} sono sempre linee chiuse. La terza è la formula (12.5) del paragrafo 12.4, che riassume le leggi delle correnti indotte. La quarta, infine, è la formula (14.4), del paragrafo precedente.

In queste quattro formule figurano quattro vettori: due elettrici, \mathbf{E} e \mathbf{D} , e due magnetici, \mathbf{H} e \mathbf{B} ; alcune grandezze scalari: le cariche elettriche Q_i e l'intensità della corrente i ; e, nel caso del Sistema C.G.S. di Gauss, la velocità della luce $c = 3 \times 10^{10}$ cm/s.

Queste grandezze non sono indipendenti fra loro, ma sono legate da alcune relazioni. Le cariche elettriche Q_i sono legate alla corrente elettrica dalla definizione stessa di questa grandezza (formula 4.1 del paragrafo 4.2)

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \tag{14.8}$$

e dal fatto che la carica totale di un sistema si conserva (paragrafo 1.5). Fra i quattro vettori esistono le relazioni (formula 2.29 del paragrafo 2.11 e formula 10.17 del paragrafo 10.7)

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}, \tag{14.9}$$

dove ε_r e μ_r sono numeri, chiamati rispettivamente *costante dielettrica relativa* e *permeabilità magnetica relativa* del mezzo considerato, i cui valori non dipendono dal sistema di unità usato. Le costanti ε_0 e μ_0 dipendono invece esclusivamente dal sistema di unità adottato: secondo le formule 1.14 del paragrafo 1.9 e 10.22 del paragrafo 10.7, i loro valori sono

$$\varepsilon_0 = 8,859 \times 10^{-12} \tag{14.10a}$$

(Sistema Internazionale)

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

il cui prodotto soddisfa la relazione fondamentale ⁽¹⁾

⁽¹⁾ Moltiplicando fra loro i valori (14.10a) e facendo uso della formula 1.14 del paragrafo 1.9, si ricava:

$$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \times 4\pi \times 10^{-7} = \frac{1}{9 \times 10^{16}} = \frac{1}{(3 \times 10^8)^2} = \frac{1}{c^2}, \text{ dove } c = 3 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

E. Amaldi et al,
La fisica per i licei
scientifici, vol. 3,
Bologna 1992

$$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}, \tag{14.11}$$

dove $c = 3 \times 10^8$ m/s è la velocità della luce nel Sistema Internazionale. Nel Sistema C.G.S. di Gauss, si assume (formule 1.7 del paragrafo 1.6 e 10.20 del paragrafo 10.7)

$$\varepsilon_0 = \mu_0 = 1 \quad (\text{Sistema C.G.S. di Gauss}); \tag{14.10b}$$

ma questa scelta comporta la necessità di introdurre un fattore $1/c$ ($c = 3 \times 10^{10}$ cm/s) sia nella terza che nella quarta delle leggi 14.7. Questo punto risulterà chiaro al prossimo paragrafo.

Infine, l'intensità i della corrente che passa in qualsiasi conduttore è legata alla differenza di potenziale applicata ai suoi estremi dalla *equazione caratteristica* (formula 4.5 del paragrafo 4.4), cioè

$$i = f(V_A - V_B), \tag{14.12}$$

che esprime una dipendenza fra le grandezze $(V_A - V_B)$ ed i , diversa a seconda della natura del conduttore.

Le quattro leggi (14.7), insieme alle relazioni scritte successivamente (formule che vanno dalla 14.8 alla 14.12), regolano tutti i fenomeni elettrici e magnetici, siano essi stazionari o dipendenti dal tempo.

Nel caso stazionario, in cui le grandezze non dipendono dal tempo, si ha:

$$\frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t} = 0, \quad \frac{\Delta\Phi(\mathbf{D})}{\Delta t} = 0. \tag{14.13}$$

Di conseguenza la prima e la terza delle leggi (14.7) si riducono a

$$\Phi_{sc}(\mathbf{D}) = \sum_i Q_i, \quad C(\mathbf{E}) = 0, \tag{14.14}$$

le quali, insieme alla prima delle (14.9) (cioè $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$), sono tutte le *leggi fondamentali a cui ubbidisce il campo elettrico stazionario*: in esse non figura alcuna grandezza magnetica, cosicché lo studio del campo elettrico \mathbf{E} costituisce, nel caso stazionario, un capitolo a sè stante dell'elettromagnetismo (capitoli che vanno da 1 a 8 incluso).

Analogamente, sempre nel caso stazionario in cui valgono le (14.13), la seconda e la quarta delle leggi (14.7) diventano

$$\Phi_{sc}(\mathbf{B}) = 0, \quad C(\mathbf{H}) = in', \tag{14.15}$$

le quali, insieme alla seconda delle (14.9) (ossia $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$), sono tutte le *leggi fondamentali a cui ubbidisce il campo magnetico stazionario*, il cui studio costituisce un altro capitolo a sè stante dell'elettromagnetismo (capitoli da 9 a 11 incluso).

Ma per i **fenomeni dipendenti dal tempo** non valgono più le (14.13) e le quattro leggi (14.7) legano fra loro il campo elettrico e il campo magnetico in modo che essi non possono più essere studiati separatamente: si è così in questo caso, costretti a studiare le proprietà del **campo elettromagnetico**, ossia di un ente costituito da un campo elettrico e da un campo magnetico inseparabili uno dall'altro. Nei prossimi due paragrafi accenneremo ai risultati di questo studio.

te
stica

ionario

i
ti
o

gnetica

4.3

Onde elettromagnetiche e loro propagazione

Lo studio delle onde elettromagnetiche comprende diversi problemi, simili, sotto vari aspetti, a quelli incontrati nello studio delle onde elastiche, in particolare delle onde sonore. Essi sono sostanzialmente tre: lo studio della *produzione* di onde elettromagnetiche, analogo allo studio delle sorgenti sonore; lo studio della loro *propaga-*