GIANFRANCO BASTI

QUESTIONI DI LOGICA & DI ONTOLOGIA FORMALE

Parte IV:

Cenni di logica modale, di logiche intensionali nell’interpretazione classica e coalgebrica e di ontologia formale

Schemi ad uso degli studenti

Roma 2016-17

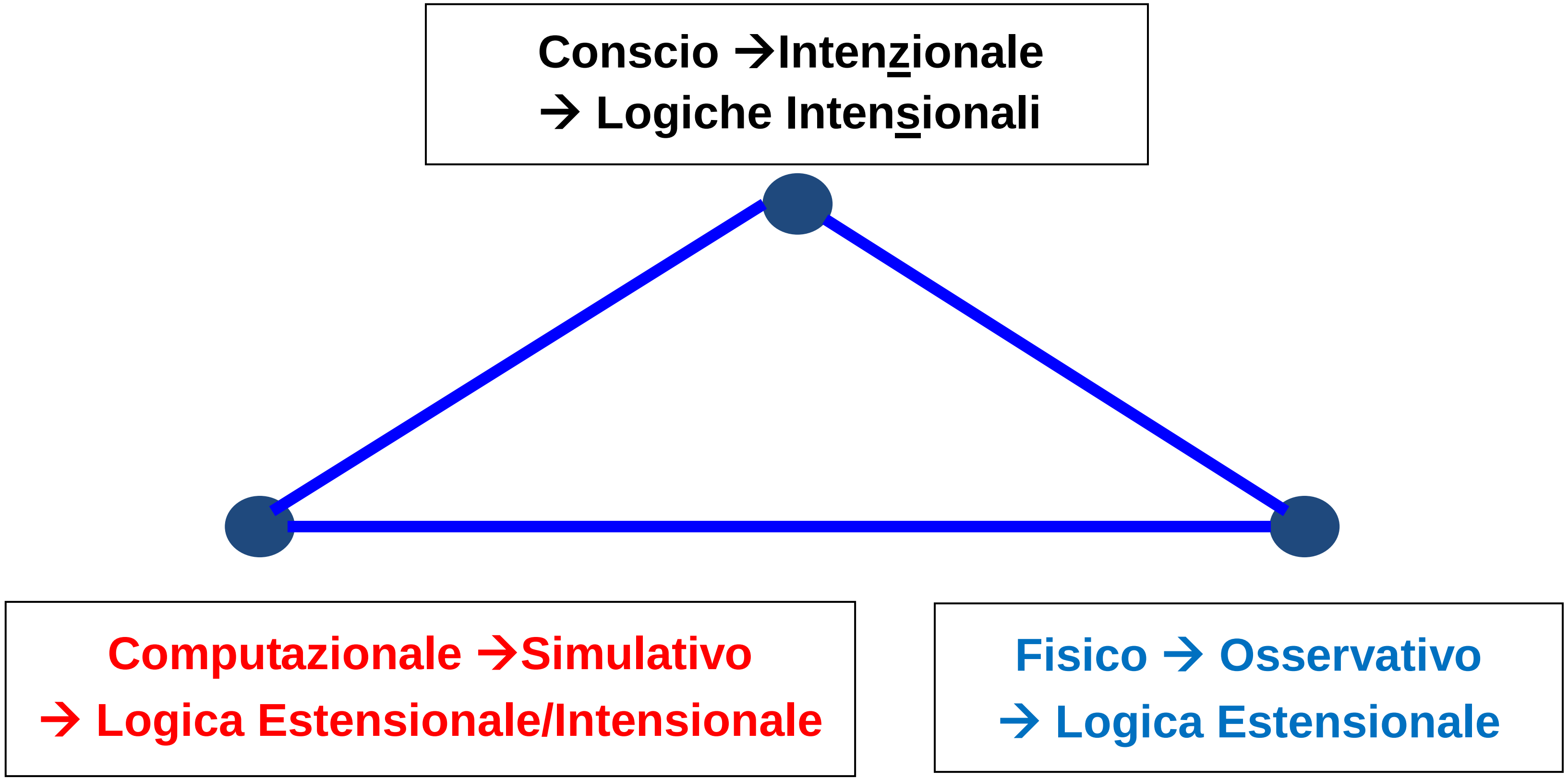
12. ESTENSIONI MODALI DEL CALCOLO PROPOSIZIONALE

12.0.Tre età della logica modale contemporanea

- Seguendo (Blackburn, de Rijke & Venema, 2010) distinguiamo tre ere nello sviluppo logica modale (LM) assiomatizzata:
  1. **Era sintattica** (1912-1959): Formalizzazione della logica modale classica ad opera di C.I.Lewis come **sintassi della logica delle discipline filosofiche** (**logiche intensionali** → *philosophical logic*) in contrapposizione alla logica dei *Principia* (**logiche estensionali** → *mathematical logic*)
  2. **Era classica** (1959-1972): **Semantica relazionale** di S. Kripke basata sulla Teoria dei frame
  3. **Era attuale** (1972…): **Interpretazione algebrica** di S. K. Thomason della teoria dei frame → LM come metalogica dell'algebra (coalgebre) e della *theoretical computer science* (→ fisica (QFT), biologia e neuroscienze).

- ♦ Due **principi fondamentali** delle interpretazioni algebriche LM:
  1. **Principio di corrispondenza:** equivalenza fra le formule modali interpretate sui modelli e le formule del primo ordine del calcolo dei predicati ad una sola variabile → possibilità di usare la LM (=decidibile) come metalogica per individuare **frammenti decidibili** nelle teorie (modelli) del calcolo dei predicati del primo ordine che, per i teoremi di Gödel sono incomplete, ovvero non completamente decidibili (→ estrema utilità per le scienze matematiche applicate e la computer science)
  2. **Dualità fra semantica modale e semantica algebrica** perché in ambedue i modelli non si costruiscono sostituendo **costanti individuali** (nomi propri) a variabili individuali, ma **simboli binari di valutazione (1,0)** in strutture relazionali.
- ♦ → Esiste un **calcolo logico intensionale** come esiste un calcolo logico estensionale e questo spiega perché oggi sia la logica matematica che la logica filosofica sono spesso citate insieme nell'ambito della *theoretical computer science*.
- ♦ → Sia la **semantica intensionale** che **compiti intenzionali** (= "in prima persona singolare/plurale) possono essere simulati **artificialmente** (= "in terza persona") → l'esperimento di pensiero di Searle della "stanza cinese" è divenuto realtà.

♦ → LM come **sintassi del dialogo interdisciplinare** (discipline scientifi-che/umanistiche) e **interculturale** (diversi umanesimi).



Principali modelli di calcolo modale [GA2, pp. 65ss.]

- ♦ Le logiche modali sono estensioni della logica classica con conseguenze sia sul piano **sintattico** che **semantico.**
- ♦ Mentre
  - o Sul **piano semantico** le logiche modali sono estensioni della semantica classica che mantengono il **principio della bivalenza** (vero/falso) ma **non** quello della **vero-funzionalità** (la verità/falsità delle proposizioni composte **non** dipende da quella delle proposizioni elementari componenti),
  - o Sul **piano sintattico** le logiche modali sono estensioni sintattiche della logica classica perché ne inglobano **i segni del linguaggio** (= alfabeto) e le **regole del calcolo** (=regole di deduzione).
- ♦ Conveniamo così di indicare con **m** un qualsiasi **calcolo modale**.

12.0.1. Cenni di sintassi della logica modale

- Tutti i calcoli modali presentano lo stesso linguaggio **L(m) = <A(m), F(m)>,** dove **L(m)** è il linguaggio formale del calcolo modale, **A(m)** è l'alfabeto del calcolo modale, **F(m)** sono le regole di formazione di proposizioni del calcolo modale**.**
- **A(m) = <A(k) + ❐> A(k)** è l'alfabeto del calcolo proposizionale, e ❐ è il segno della **necessità**.
- **F(m) = <F(k) + F(❐**)> dove **F(k)** sono le regole di formazione di proposizioni del calcolo proposizionale e **F(❐**) è **la regola di formazione per formule necessitate:**

$$F(\Box) := \alpha \text{ è una formula} \Rightarrow \Box\alpha \text{ è una formula}$$

- Introduzione dell'**operatore di possibilità** ◊ mediante la seguente definizione:

$$\Diamond\alpha := \neg\Box\neg\alpha$$

- Un calcolo **m** si ottiene aggiungendo le **regole caratteristiche di deduzione di m D(m)** a **L(m). D(m)** è costituito dalle regole del calcolo classico **D(k)** più le regole tipiche del calcolo modale.
- **Regola fondamentale** comune a tutti i calcoli **m** è la seguente:

Regola di necessitazione (N):

(X→ἀ ⇒ (❒X→❒ἀ

Ove con ❒X si intende l'insieme di tutte le necessitazioni delle formule appartenenti ad un linguaggio X, inteso come un insieme di formule.

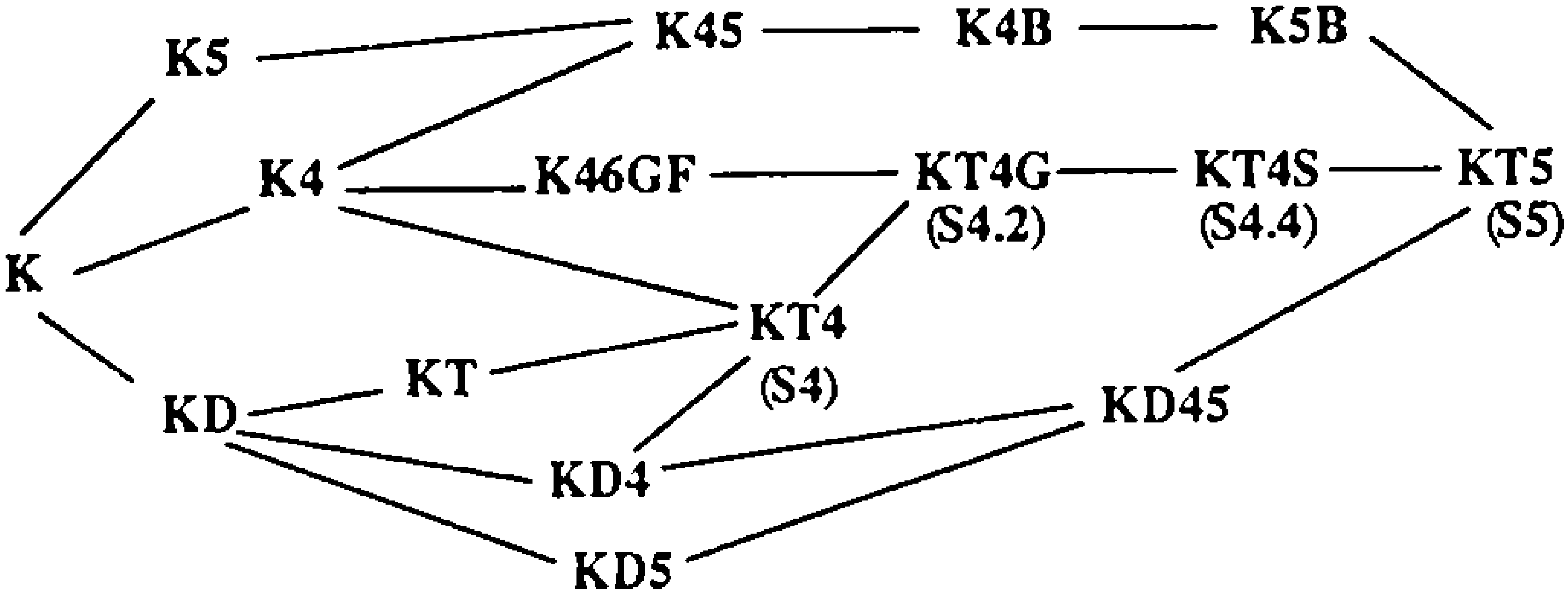
- In virtù di **N** tutti i suddetti calcoli modali sono detti **normali.**
- Vi sono poi **regole specifiche** per ogni singolo calcolo modale. Poiché sono tutte regole a zero premesse e zero assunzioni, saranno denominate più propriamente come **assiomi.**
- I principali assiomi dei calcoli modali sono i seguenti:

$$\mathbf{D}: \Box\alpha \to \Diamond\alpha$$
$$\mathbf{T}: \Box\alpha \to \alpha$$
$$\mathbf{4}: \Box\alpha \to \Box\Box\alpha$$
$$\mathbf{5}: \Diamond\alpha \to \Box\Diamond\alpha$$
$$\mathbf{6}: \Box(\Box\alpha \to \alpha)$$
$$\mathbf{B}: \alpha \to \Box\Diamond\alpha$$
$$\mathbf{F}: \Box\alpha \to \Diamond\Box\alpha$$
$$\mathbf{G}: \Diamond\Box\alpha \to \Box\Diamond\alpha$$
$$\mathbf{S}: \alpha \to (\Diamond\Box\alpha \to \Box\alpha)$$

- I calcoli modali che si possono ottenere combinando in modo opportuno gli assiomi sopra elencati sono molteplici. A noi interessano per il momento solo alcuni, mediante i quali è possibile definire i **seguenti sistemi formali di logica modale,** con il sistema **K** come il più fondamentale in quanto costituito dalle regole **D(k) + N:**

K con D(K) = D(k) + N
KD con D(KD) = D(K) + D
KT con D(KT) = D(K) + T
(designato anche con T)
K4 con D(K4) = D(K) + 4
K5 con D(K5) = D(K) + 5
K45 con D(K45) = D(K4) + 5
K4B con D(K4B) = D(K4) + B
K5B con D(K5B) = D(K5) + B
K46GF con D(K46GF) = D(K4) + 6 + G + F
KT4 con D(KT4) = D(KT) + 4
(designato anche con S4)
KT4G con D(KT4G) = D(KT4) + G
(designato anche con S4.2)
KT4S con D(KT4S) = D(KT4) + S
(designato anche con S4.4)
KT5 con D(KT5) = D(KT) + 5
(designato anche con S5)
KD4 con D(KD4) = D(KD) + 4
(designato anche con S4 deontico)
KD5 con D(KD5) = D(KD) + 5
KD45 con D(KD45) = D(KD5) + 4
(designato anche con S5 deontico)

♦ Tra i calcoli così introdotti esistono dei precisi rapporti di inclusione schematizzabili (senza pretesa di completezza) nel seguente grafico:



Ove i tratti che collegano i vari sistemi significano i rapporti di inclusione dei sistemi che stanno a destra nei confronti con quelli loro connessi sulla sinistra.

- ♦ Il significato molto astratto di questi sistemi formali di logica modale diventerà molto più comprensibile quando di questi sistemi forniremo delle **interpretazioni** per costruire le **varie teorie logiche intensionali,** aletiche (logiche, ontologiche, metafisiche), deontiche, epistemiche, intenzionali, etc.
    - o A tale proposito vedremo che i sistemi formali più significativi per noi saranno solo **KT5 (S5)** che fornisce la struttura logica, sintattico-semantica, di qualsiasi **teoria metafisica; KT4 (S4)** che fornisce la la struttura sintattico-semantica di qualsiasi teoria di **ontologia fisica; KD45** forse il più versatile di tutti, che può fornire la struttura logica, sintattico-semantica, sia di **teorie di logica epsistemica,** che di **teorie di logica deontica (KD45 come S5 deontico);** ma anche di una **teoria metafisica (KD45 come S5 ontico)** particolare quale quella della partecipazione tommasiana dello **essere come atto** (Cfr. § slide 272). In tal caso, **KD45** può essere definito anche come **S5 secondario**, in quanto la struttura di **S5** è contenuta in essa come struttura fondata su una particolare relazione causale, quella di “partecipazione dello essere” appunto.

♦ In ogni caso, semantiche intensionali a parte, alcuni rapporti di inclusione sono immediati. P.es. **KD ⊃ K**. Altri invece non lo sono come:

1. **KT ⊃ KD**
2. **KT5 ⊃ K5B**
3. **K5B ⊃ K4B**
4. **KT5 ⊃ KT4S**
5. **KT5 ⊃ KD45**
6. **K4B ⊃ K45**
7. **KT4G ⊃ K46GF**
8. **KT4S ⊃ KT4G**

12.1.Principali interpretazioni intensionali degli operatori modali

12.1.1. Necessità e verità nelle logiche estensionali e intensionali

- Abbiamo già detto che la principale differenza semantica fra il calcolo proposizionale classico **k** e le interpretazioni intensionali del calcolo proposizionale modale **m** consiste nel diverso trattamento delle nozioni semantiche di **verità** e **significato,** rispettivamente **estensionali** e **intensionali,** nei due calcoli →:

3. → **Connettivi Vero-Funzionali o Estensionali** di **k:** (secondo Frege: **estensione = significato = valore di verità** di una proposizione), così definiti in quanto interpretati come funzioni (mono-, bi- o n-argomentali) definite su valori di verità (ovvero: a ogni connettivo corrisponde bi-univocamente una tavola di verità) → valore di verità di una proposizione complessa può essere determinato attraverso la sola conoscenza del valore di verità delle proposizioni semplici componenti.

4. → **Connettivi Non Vero-Funzionali o Intensionali** di **m** (secondo Frege: **intensione = senso** di una proposizione) → interpretazioni non vero-funzionali della verità V di una proposizione *p*.

- P. es. «Cesare scrisse il De Bello Gallico **mentre** combatteva contro i Galli» (logiche temporali);
  «**E' obbligatorio che** i cittadini paghino le tasse» (logiche deontiche)
- **Valore di verità del connettivo** ≠ valore di verità delle proposizioni componenti.
- **Per determinare il valore di verità 1/0** della proposizione complessa è necessario conoscere il senso (temporale, giuridico, fisico, matematico) delle proposizioni componenti e della loro combinazione.

♦ Per questo, per ciascun contesto modale e per i(l) relativi(o) connettivi(o) intensionale, definiremo anche formalmente le rispettive **condizioni formali di verità** delle proposizioni intensionali argomento del connettivo (operatore) intensionale medesimo.

12.1.2. Contesti modali aletici (logici e ontici (fisici e metafisici))

- Sono quelli delle **logiche descrittive di stati di cose,** che possono essere quelli della logica o dell'ontologia (delle scienze naturali e della metafisica):
  P. es. «È necessario che i viventi muoiano» (contesto ontico, dell'ontologia biologica),
  In simboli: □*p* "E' necessario che *p*"
- Per determinare il valore di verità V (1/0) di □*p* non è sufficiente conoscere il valore di verità di *p* ma devo sapere, nel caso dell'esempio, che la morte è **proprietà necessaria degli organismi viventi**, cioè è legata costitutivamente alla loro natura. E', cioè, una proprietà **essenziale** dei viventi, in tutti i mondi possibili, sia in quelli(o) in cui esistono **attualmente**, come il mondo in cui viviamo, sia in quelli dove esistevano (o esisteranno) solo **potenzialmente** nelle cause fisiche in grado di produrli (cioè, se vi esistessero sarebbero comunque mortali).

12.1.2.1. Definizione di verità dell'operatore di necessità

- □*p* ↔1 se e solo se *p*↔1 in tutti i mondi possibili.

12.1.2.2. Operatore aletico di possibilità (potenzialità in ontologia)

- «È possibile che *p*». In simboli: $\Diamond p$
- L'operatore di possibilità è **definibile tramite l'operatore di necessità**: $\Diamond p := \neg\Box\neg p$

12.1.2.3. Definizione di verità dell'operatore di possibilità/contingenza

- $\Diamond p \leftrightarrow 1$ se e solo se $p \leftrightarrow 1$in **qualche** mondo possibile

12.1.2.4. Principio di riflessività per l'operatore di necessità aletico

$$\Box p \to p$$

- Grazie alla definizione di verità per formule necessitate possiamo affermare la verità di tale principio. Se infatti $\Box p$ è vera **sse *p* è vera in tutti i mondi possibili**, allora $\Box p \to p$ **è vero** in quanto all'insieme di tutti i mondi possibili **appartiene anche il mondo attuale**.

- ♦ P.es., nell’ontologia fisica, se la legge di gravità è vera in tutti i mondi possibili, è evidente che se *p* descrive la caduta di un grave qui sulla terra, esso segua attualmente la legge di gravità.
- ♦ Si tenga presente che questo principio di riflessività, costituisce il contenuto dell’assioma **T** che allora sarà l’assioma tipico di tutte le **logiche aletiche** sia in logica che in ontologia (ontologie speciali, ontologia generale, metafisica).
- ♦ Infatti, i contesti **aletici** possono essere sia **logici** (necessità/possibilità determinata da **leggi**), sia **ontici,** fisici e metafisici (necessità/contingenza determinata da **cause**) → per distinguere i due usi degli operatori modali nei due contesti, è invalso, soprattutto in **ontologia formale,** associare agli operatori suddetti un indice *C* ($\Box^{C}p$ / $\Diamond^{C}p$) che indichi che li si sta usando, aleticamente, in **contesto causale,** ontico (fisico/metafisico) e non logico.
- ♦ → L’assioma **T** interpretato ontologicamente è dunque una formalizzazione del principio di **causalità efficiente** proprio dell’ontologia/metafisica aristotelica.

12.1.3. Contesti deontici

- Riguardano l'ordine ideale del **dover essere,** in quanto distinto dall'ordine ontico (fisico e metafisico) dell'**essere.**
- P.es.: «È obbligatorio che i cittadini paghino le tasse». In simboli: $\mathbf{O}p$

12.1.3.1. Definizione di verità di una obbligazione

- $\mathbf{O}p \leftrightarrow 1$ se e solo se $p \leftrightarrow 1$ in tutti i mondi possibili che si possono considerare **idealmente buoni** (rispetto a qualche ordinamento di valori o **assiologico**).

12.1.3.2. Operatore deontico di permesso

- Esistono anche altri operatori deontici come **l'operatore del permesso (P)**, definibile tramite l'operatore d'obbligo. Ovvero, l'operatore del permesso sta all'operatore dell'obbligo come la possibilità sta alla necessità nelle logiche aletiche →
- $\mathbf{P}p := \neg\mathbf{O}\neg p$

12.1.3.3. Operatore di ottimalità (O_t):

- Il concetto di ordinamento assiologico (alla base della costituzione dei cosiddetti mondi buoni) è **multivoco**. Perciò gli ordinamenti assiologici (sistemi di valori) si differenziano tra loro non solo **per contenuto** ma anche **per tipologia**:
  1. **Ordinamenti soggettivi** = ordinamenti costituiti dalle preferenze del soggetto
  2. **Ordinamenti oggettivi** = ordinamenti dei valori a cui il soggetto è tenuto ad attenersi.
- Perciò è possibile caratterizzare anche il caso specifico dell'ordinamento delle **preferenze del soggetto *in situazione*** = quell'ordine di preferenze del soggetto che – indipendentemente dalla conformità dell'ordinamento assiologico oggettivo o ad ordini preferenziali del soggetto in altre situazioni – **è capace di muoverlo all'azione** e, se non ci sono **impedimenti esterni**, condurlo effettivamente al compimento di questa azione.
- Quindi: «È obbligatorio» (**O***p*) diventa «È ottimale» ($\mathbf{O_t}\,(x,p)$) [operatore a due argomenti: uno per il soggetto dell'azione *x*, l'altro per la variabile proposizionale *p*].

12.1.3.4. Definizione di verita' dell'operatore di ottimalita':

$\mathbf{O_t}(x,p) \leftrightarrow 1$ se e solo se p $\leftrightarrow 1$ in tutti i mondi buoni (rispetto all'ordinamento preferenziale in situazione del soggetto *x*)

12.1.3.5. Principio di riflessività deontica

- E' evidente che il principio di riflessività deontica non può valere se l'obbligazione sarà espressa nei termini di **O:**

$$\mathbf{O}p \not\rightarrow p$$

- Infatti, per definizione, $\mathbf{O}p \leftrightarrow 1$ rispetto a un sotto-insieme di mondi possibili **idealmente buoni** in cui il mondo attuale non è incluso, altrimenti i "i mondi buoni" non sarebbero "ideali", ma "reali".
- In altri termini, l'ordine dell' "essere", non è quello del "dover essere", altrimenti $\Box_C p = \mathbf{O}p$, identificheremmo ordine fisico e ordine morale, cadremmo cioè nel **determinismo metafisico**[1].
- Se invece intendiamo l'operatore dell'obbligo nel senso **dell'operatore dell'ottimalità $\mathbf{O_t}$**, allora può valere il seguente principio di riflessività deontica:

$$(\mathbf{O_t}\ (x,p) \wedge c_a \wedge c_{ni}\ ) \rightarrow p$$

Dove c_a = **condizione di accettazione** dell'ordinamento preferenziale in questione e c_{ni} = **condizione di non impedimento.**

- Infatti, se un'azione appare ottimale a un certo agente, se esso (che allora è un "egli") **consapevolmente l'accetta** e **non ci sono cause impedienti** (si realizza cioè la condizione della cosiddetta "libertà negativa", o "assenza di costrizioni") a che egli la realizzi, allora l'azione è prodotta.
- E' chiaro perciò che si deve trattare di un **agente consapevole libero** — capace di realizzare cioè anche la seconda condizione della libertà, quella "positiva" dell' "autodeterminazione ad agire in vista di scopi", ovvero di "fini consapevoli"**.**
- In altri termini, perché il mondo dei fini abbia a che fare col mondo reale, occorre incorporarlo nell'azione di qualche **soggetto consapevole** → Cfr. l'affermazione propria dell'aristotelismo che la **causalità finale** è realmente distinta dalle altre cause (in particolare, non si riduce alla semplice **causalità formale**) solo nell'ordine **intenzionale**, ma mai nell'ordine fisico [*vs.* confusione fra causalità efficiente e finale, tipiche di tutte le metafisiche neoplatoniche (p.es., Plotino) e dei loro succedanei an-

che moderni (vitalismo, principio antropico “forte”, *intelligent design*, etc.) = ragione della loro intima **inconsistenza**][2].

- → **Principio di riflessività deontica** per l’operatore $\mathbf{O_t}$ = formalizzazione modale del principio di **causalità finale** delle ontologie aristoteliche, ontologia tommasiana inclusa.

12.1.4. Contesti epistemici

♦ A differenza dei precedenti contesti logici intensionali, i contesti **epistemici** non riguardano il “pensiero pensato” ma il “pensiero pensante”, o più propriamente **l’ordine del conoscere**.

12.1.4.1. Operatore di credenza

♦ P. es.: «Giovanni crede che il libro sia suo». In simboli: **C**(x,p), che indica una particolare relazione intensionale bi-argomentale tra agenti consapevoli e proposizioni.

♦ → Diverse forme di **credenza** (***belief***):

1. **Deboli** («presumere», «opinare»), ***opinione,*** *δόξα*

2. **Forti** («tenere per vero», «essere convinto»), ***fede, πίστις***

12.1.4.2. Definizione di verità dell'operatore di credenza:

- Per caratterizzare la definizione dell'operatore di credenza attraverso la **semantica dei mondi possibili**, bisogna interpretare questi mondi possibili come **rappresentazioni diverse della medesima realtà** da parte di un generico soggetto consapevole *x*:

  C(x,p) $\leftrightarrow$ 1, se e solo se $p \leftrightarrow 1$ in tutte le rappresentazioni del mondo ammesse da *x*.
  - Anche se non necessariamente questo insieme di rappresentazioni è **fondato, è logicamente vero.** Per esserlo dovrebbe necessariamente includere anche la **relazione di fondazione** con il "mondo attuale" (realtà).

12.1.4.3. Operatore del sapere

Es. «Giovanni sa che il libro è suo». In simboli: **S**(x,p)

12.1.4.4. Definizione di verità dell'operatore del sapere

- **S**(x,p) $\leftrightarrow$ 1 se e solo se p $\leftrightarrow$ 1 in tutte le rappresentazioni **fondate** del mondo ammesse da x (sotto la clausola cioè che il mondo attuale appartenga all'insieme di tali mondi, perché in **relazione di fondazione** con questo insieme rappresentazioni)[3]

$$\Downarrow$$

[→ La definizione di verità di **S**(x,p) si ottiene da quella dell'operatore di credenza **C**(x,p) ponendo questa specifica clausola]

12.1.4.5. Principio di riflessività epistemica

- È evidente che il principio non valga per l'operatore di credenza **C**(x,p) dal momento che **essere convinti di certe rappresentazioni del mondo attuale** non assicura che queste rappresentazioni siano **(onto-)logicamente vere**, ovvero **fondate** sul "mondo attuale"[4].

$$\mathbf{C}\left(x,p\right) \not\to p$$

- Viceversa, il principio vale rispetto all'operatore di sapere **S**(x,p), in quanto "sapere qualcosa" rispetto al mondo, per la definizione della verità associata all'operatore del sapere, implica che il contenuto del sapere sia anche **(onto-) logicamente vero,** ovvero **fondato** sul mondo attuale [cfr. la contrapposizione parmenideo-platonica fra *δόξα-ἐπιστήμη*]:

$$\mathbf{S}(x,p) \rightarrow p$$

12.1.5. Contesti intenzionali

♦ Nei contesti intenzionali, il riferimento è chiaramente alla **volontà** ma non direttamente come facoltà che determina l'esecuzione di determinate azioni, quanto come componente della coscienza pratica che determina il **contenuto** di determinate azioni che si vogliono compiere, appunto **consapevolmente** e dunque **responsabilmente** (=coscienza intenzionale, coscienza morale)**.**

12.1.5.1. Operatore del volere

♦ P.es.: «x vuole che p». In simboli: $\mathbf{V}(x,p)$
Dove **V** è un operatore bi-argomentale con primo argomento costituito dal soggetto di volizione e con secondo costituito dal contenuto della volizione.

12.1.5.2. Definizione di verità per l'operatore del volere

- Proprio perché con l'intenzionalità abbiamo a che fare non direttamente col volere, ma con la **consapevolezza del volere**, si preferisce una sua definizione attraverso l'operatore di **ottimalità** posto entro il raggio di azione di un operatore di **credenza**.
- Un contesto intenzionale nasce infatti dall'inserimento di un particolare contesto deontico – quello dell'**ottimalità** – entro **il contesto delle credenze** del soggetto, quindi:

$$\mathbf{V}(x,p) \Leftrightarrow \mathbf{C}(x, \mathbf{O_t}(x,p))$$

- Di qui la definzione di verità per l'operatore del volere, che risulta assorbita in quella per l'operatore di ottimalità:

  $\mathbf{V}(x,p) \leftrightarrow 1$ se e solo se $p \leftrightarrow 1$ in tutti i mondi buoni (rispetto all'ordinamento di valori del soggetto x).
- In altri termini consideriamo la volizione intenzionale come **convinzione di ottimalità**: non è possibile volere intenzionalmente qualcosa che, in fin dei conti, non si giudica ottimale rispetto alle proprie preferenze, al proprio sistema di valori.

12.1.5.3. Principio di riflessività intenzionale

$$\mathbf{V}(x,p) \wedge c_{ni} \rightarrow p$$

- ♦ La condizione di accettazione c_a è ora assorbita dall'operatore di credenza che comparirebbe nelle scrittura alternativa dell'operatore del volere mediante l'operatore di credenza sopra introdotta.
- ♦ **Caso notevole** del principio di riflessività intenzionale è quello della riflessività del **sapere intenzionale**, ovvero del sapere in quanto determinato da un atto di volizione intenzionale che conduce alla formulazione di una proposizione vera mediante il principio di riflessività applicato all'operatore **S** (Tommaso: ***voluntas vult intellectum intelligere*** "è la volontà che vuole che l'intelletto sappia").
- ♦ A questo scopo, innanzitutto, ri-esplicitiamo l'operatore di volere applicato al sapere $\mathbf{V_S}$ ("volontà di sapere" o "voglia di capire") nei termini di quello della **convinzione di ottimalità,** dandogli per argomento il sapere fondato, il che esplicita la nozione tommasiana dell'atto intellettivo come atto intenzionale (della volontà) che ha come fine il ***verum intellegibile***, il **vero onto-logicamente fondato** in quanto attingibile da un intelletto come il nostro (verità come adeguazione alla realtà):

$$\mathbf{V_S}\,(x,p) \Leftrightarrow \mathbf{C}(x,\, \mathbf{O_t}(x,\, \mathbf{S}(x,\, p)))$$

- Ciò che una formulazione del genere consente di evidenziare mediante una siffatta struttura logica del rapporto volontà-intelletto **dell'atto cognitivo** sono due cose:
  1. Innanzitutto, laddove la definizione di verità dell'operatore del volere generico, era assorbita nell'ambito deontico di quella dell'operatore di ottimalità $\mathbf{O_t}$, nel caso dell'operatore di volontà applicato al sapere la sua definizione di verità viene assorbita nell'ambito epistemico di quella dell'operatore di sapere fondato **S**. In altri termini, il "voler sapere" è condizione necessaria, ma non sufficiente del "sapere".
  2. Secondariamente, il fatto che ciò che viene posto in evidenza è l'operatore di convinzione **C**, esplicita che la ricerca della verità richiede delle forti convinzioni riguardo la sua "bontà", per le intrinseche difficoltà che richiede l'adeguazione alla realtà, che, ricordiamolo, è la definizione di verità che soddisfa l'operatore **S.**
- Cosicché la **convinta motivazione a conoscere** come contenuto della volontà intenzionale di un soggetto a porsi alla ricerca della verità in quanto conoscibile (***verum intelligibile***) può esser così ridefinito nei termini del principio di riflessività intenzionale:

$$\mathbf{V_s}\,(x,p) \wedge c_{ni} \rightarrow p \Leftrightarrow \mathbf{C}(x, \mathbf{O_t}(x, \mathbf{S}(x, p))) \wedge c_{ni} \rightarrow p$$

12.1.5.4. Definizione di coscienza intenzionale retta

- Fin da quando abbiamo introdotto l'operatore di ottimalità $\mathbf{O_t}\,(x,p)$ per rendere capaci di riflessività i contesti deontici — per esplicitare cioè che il "dover essere" ha a che fare con l' "essere" solo attraverso la mediazione del "voler essere" di qualche soggetto consapevole e libero — abbiamo distinto fra sistemi di preferenze (valori) **"soggettivi"** e **"oggettivi"** per il soggetto *x*.
- **"Oggettivo"** in tale contesto ha il senso "che non è stato il soggetto *x* a determinare" e può avere due significati:
  1. che è stata una qualche autorità meta-soggettiva (stato, cultura, tradizione, etc.) a definire il sistema di valori;
  2. che il sistema di valori sia "vero", cioè adeguato al soggetto (e ai suoi simili), prescindendo dalle preferenze del soggetto stesso.
     - Naturalmente non è detto che la prima alternativa escluda la seconda…
- Comunque, nel caso della seconda alternativa diventa possibile definire una **coscienza intenzionale retta e ben formata $\mathbf{V_R}$** nei termini non del semplice operato-

re di convinzione **C**(x,p), ma nei termini della convinzione associata all'operatore **S**(x,p), nei termini cioè della convinzione fondata nella verità di un determinato sistema di valori $\mathbf{O_t}$ (il ***rationabile obsequium*** o "assenso razionale" ad un sistema di valori, caro alla tradizione scolastica). Contro il nihilismo relativista, insomma, non tutte le fedi sono equivalenti…

$$\mathbf{V_R}\,(x,p) \Leftrightarrow \mathbf{S}(x,\, \mathbf{O_t}(x,\, p))$$

12.2. Semantica modale dei mondi possibili

- Come detto, la semantica relazionale di Kripke è un'evoluzione della **semantica formale** di Tarski, di tipo **intuizionistico** in qualche modo legata, da una parte, al carattere **necessariamente incompleto delle teorie** (teoremi di Gödel), dall'altra all'emergere di un'**ontologia evolutiva** sia in fisica che in metafisica.

- Quindi, mentre nella semantica di Tarski, in quanto formalizzazione della semantica classica, si considera la verità delle formule come riguardante **lo stato di cose** di un **unico mondo attuale**, nella semantica relazionale la verità dipende da **stati di cose** in **mondi alternativi** a quello **attuale** (= **mondi possibili**).

- Come già abbiamo visto, a seconda delle teorie, la nozione di “mondo possibile” può essere interpretata in diversi modi:
  - Nella **metafisica e teologia naturale** — e questo è il senso più antico del termine che risale a Leibniz — la nozione può essere interpretata per formalizzare universi alternativi all’attuale, ma che Dio era libero di creare.
  - Nelle **scienze fisiche** i mondi possibili possono, per esempio, rappresentare diversi stadi evolutivi dell’universo passati o futuri rispetto all’attuale, oppure possibili evoluzioni dell’universo compatibili con le stesse condizioni iniziali, ma mai realizzati.
  - Nelle **scienze biologiche** possono rappresentare diversi processi evolutivi o stadi evolutivi della materia biologica distinti da quelli attualmente vigenti, ma ugualmente compatibili.
  - In **etica e morale** diverse scelte alternative aperte alla capacità decisionale dell’uomo, ovvero alternative alle scelte attualmente fatte dal soggetto, oppu-

re possono rappresentare i mondi **idealmente buoni,** distinti da quello attuale, con cui formalizzare l'obbligo morale.

- o In **epistemologia,** come abbiamo già detto, possono essere interpretati come distinte rappresentazioni del mondo attuale, etc.

♦ → Semantica relazionale, in quanto diversi modelli semantici possibili relativi ai diversi **sistemi modali** dipendono dalle **relazioni** che i vari mondi possibili e attuali hanno fra di loro.

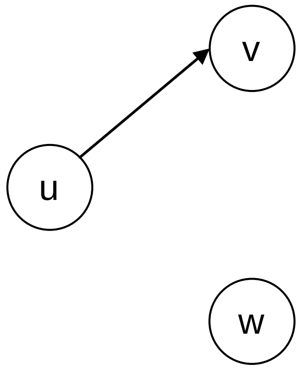
- o Come l'**unica nozione di mondo possibile** è passibile delle più diverse interpretazioni, così i più diversi tipi di relazioni fra oggetti nelle diverse teorie (causali in fisica e metafisica, legali in logica, giuridiche in diritto, etc.) possono essere considerati come **interpretazioni** di **un'unica relazione fra mondi possibili: la relazione di "accessibilità".**

♦ → Teoria unificata delle varie **semantiche modali intensionali** dei sistemi di logica aletica, deontica ed epistemica + unica e molto intuitiva **rappresentazione grafica** di esse.

12.2.1. Definizioni preliminari

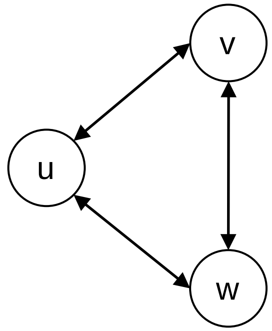
12.2.1.1. Struttura o frame (<W,R>)

- Una **struttura** o **frame** è una coppia ordinata $<$W, R$>$ costituita da un **dominio** non vuoto W di mondi possibili {u, v, w…} e da una **relazione** R a due posti definita su W, ovvero da un insieme di coppie ordinate di elementi appartenenti a W (R $\subseteq$ W×W) dove W×W è il **prodotto cartesiano** di W per W).
- P.es., con W = {u,v,w} e R = {<u,v>}:

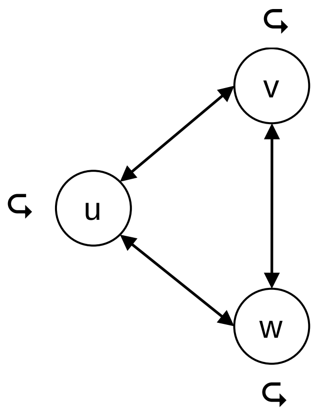


- Secondo tale modello la relazione R, detta di **accessibilità,** è solo nel senso che v è accessibile a partire da u, mentre w è irrelato con qualsiasi altro mondo.

♦ Nel caso invece che tutti i mondi sono in relazione reciproca, cioè:
R= {<u,v>,<v,u>,<u,w>,<w,u>,<w,v>,<v,w>}, avremo:



♦ Viceversa, per avere che R non solo sia incluso in W×W ma che R=W×W, dovrem-mo avere che ciascun mondo sia relato anche con se stesso, avremo cioè:



12.2.1.2. Interpretazione su W (I)

$$I: V \times W \to \{0,1\}$$

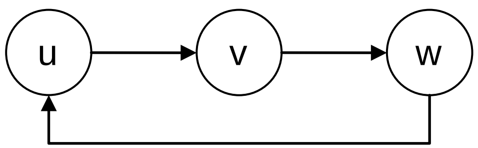
Dove V è un insieme di variabili proposizionali. Quindi I(p,u)=0 significa che p non è vera in u; mentre I(p,v)=1 significa che p è vera in v.

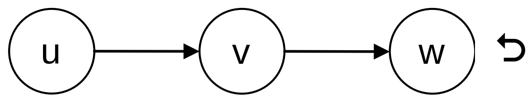
- Da notare che, come tutte le interpretazioni del calcolo proposizionale sono determinate rispetto a tutte le variabili, così tutte le interpretazioni di un calcolo modale sono determinate rispetto a **tutte le coppie** appartenenti a **V×W**.
- Tralasciamo qui altri aspetti semplici, ma più tecnici delle semantiche modali.

12.2.1.3. R seriale

(om u)(ex v)(uRv)

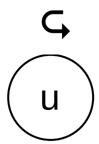
R è seriale se e solo se dato un qualsiasi mondo della struttura <W,R>, ne esiste un altro accessibile dal primo. Sono perciò esempi di relazioni seriali i due seguenti:





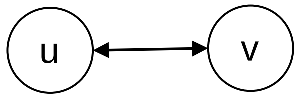
12.2.1.4. R è riflessiva

(om u) (uRu)



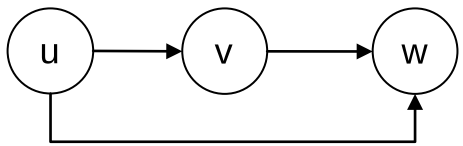
12.2.1.5. R è simmetrica

(om u) (om v) (uRv $\Rightarrow$ vRu)



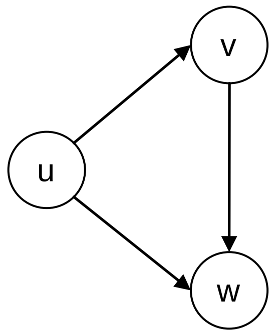
12.2.1.6. R è transitiva

(om u) (om v) (om w) (uRv et vRw $\Rightarrow$ uRw)

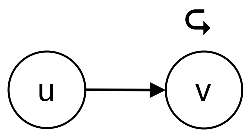


12.2.1.7. R è euclidea

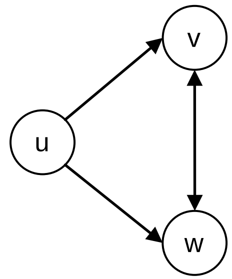
(om u) (om v) (om w) (uRv et uRw $\Rightarrow$ vRw)



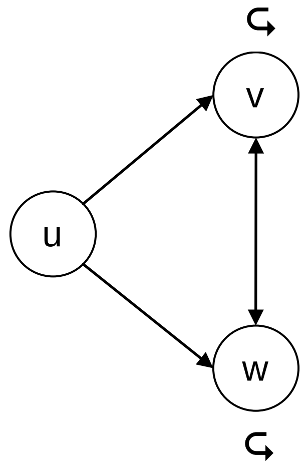
Conseguentemente, per Eom: (uRv et uRw $\Rightarrow$ vRw) $\rightarrow$ (om u)(om v) (uRv$\Rightarrow$vRv):



Inoltre vale anche: (om u) (om v) (om w) (uRv et uRw $\Rightarrow$ vRw et wRv):



Le due suddette proprietà derivate dall’euclidicità sono dette di **riflessività e simmetricità secondaria**, da cui il quadro complessivo:

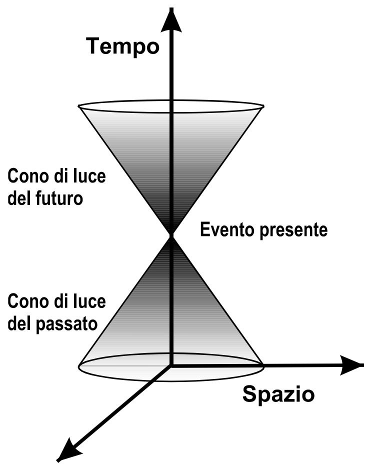


12.2.2. Interpretazioni della semantica modale di Kripke

♦ Senza pretesa di essere esaustivi delle interpretazioni possibili:

12.2.2.1. Possibilità fisica

♦ Dato un certo sistema fisico, evento **fisicamente possibile** ⇔ nel sistema sono presenti quelle condizioni che consentono **l'accadere dell'evento** in conformità alle **leggi fisiche** vigenti nel sistema → applicabilità alle situazioni fisiche della nozione di **mondo possibile** e alle situazioni generabili dalla prima in conformità a leggi la nozione di **accessibilità** da quel mondo. P.es., cfr. la nozione di **cono di luce** nella relatività speciale.



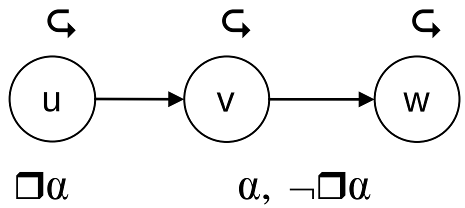
- Due ulteriori considerazioni riguardo la **necessità** in fisica:
  3. **Status** delle proposizioni fisicamente necessarie
  4. Ammissibilità del **cambiamento leggi fisiche** nel passaggio da una situazione all'altra.
- **(Ad 1.).** Se una legge è valida (necessaria) in u → sarà vera in *u* e in tutte le situazioni (mondi possibili) accessibili a partire da *u* (p.es., tutti gli eventi futuri che rientrano nel "cono di luce" che ha nel mondo attuale *u* (evento presente) il suo punto di origine).
  - Inoltre, se interpretiamo la necessità come necessità fisica, cioè richiesta dalle leggi della fisica, allora è chiaro che una proposizione necessitata nel mondo attuale dovrà realizzarsi in questo stesso mondo: se una pallina viene lasciata andare da una certa altezza essa invariabilmente cadrà a terra, in base alla legge fisica di caduta dei gravi, e ciò si realizzerà nel mondo in cui la pallina è stata lasciata libera (e in cui vale la legge di caduta dei gravi), cioè nel mondo attuale *u*. Se dunque assegniamo all'operatore di necessità ❒ il significato di necessità fisica (obbligato da una legge fisica) e all'operatore di possibilità ◊ il significato di possibilità fisica (permesso in base alle leggi fisiche) è im-

mediato riconoscere che nel sistema così definito dovrà valere l'assioma **T**, in base al quale se α è una proposizione che descrive un certo stato di cose e α è necessaria, allora α dovrà necessariamente verificarsi nello stesso mondo possibile in cui viene asserita $\Box\alpha$. Cioè: $\Box\alpha\rightarrow\alpha$. Questo è l'assioma **T** che indica appunto la **riflessività** della relazione di accessibilità considerata (in questo caso della normatività di una legge fisica), cioè detto *u* un qualsiasi mondo possibile, allora *u* è accessibile a partire da sé stesso. Il sistema di logica modale così ottenuto è il sistema **KT**, dove **K,** ricordiamolo indica l'assioma fondamentale della logica modale, quello che aggiunge agli assiomi ordinari di deduzione del calcolo proposizionale la regola **N** di necessitazione.

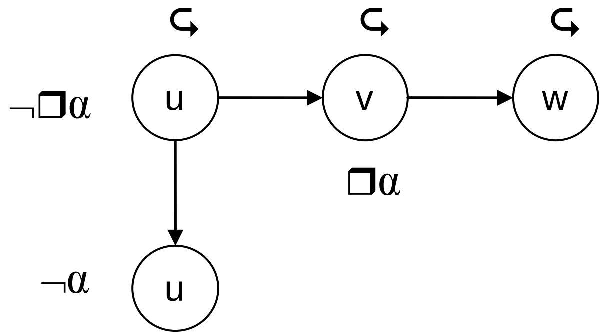
- → **KT** sistema tipico della normatività fisica. Complementariamente, se una formula è possibilitata in *u*, allora dovrà esser vera in qualche mondo (situazione) accessibile a partire da *u* (p.es., il "cono di luce" che ha nel mondo attuale *u* il suo vertice nel senso che è l'effetto di eventi causali passati compatibili col volume del cono stesso).

♦ **(Ad 2.).** Riguardo al secondo problema, essenziale per l'attuale concezione **evolutiva** del mondo fisico (e biologico) → due possibilità **decremento e incremento** delle leggi fisiche e quindi della necessità.

1. **Decremento** (p.es., ciò che avveniva in certi stadi dell'universo iniziale, non avviene negli stadi successivi e non avviene oggi)



2. **Incremento:** (p.es., le leggi della meccanica quantistica e della termodinamica non sono sufficienti a determinare quelle della biologia anche se ne sono condizioni necessarie).



♦ Tutti e due questi casi sono formalizzabili nell’ambito di **KT.**

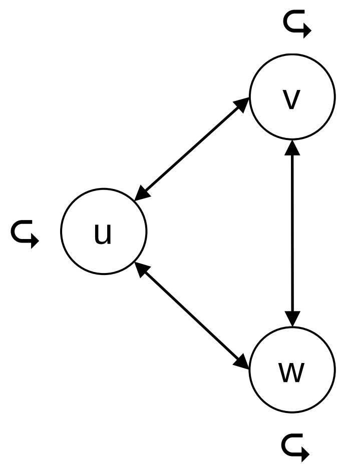
- Se aggiungiamo l’assioma **4** (❒α→❒❒α) che implica una R **transitiva,** allora è ammissibile solo la seconda modalità, perché si andrebbe verso una teoria fisica che ammette solo un accrescersi della normatività fisica (p.es., in una teoria fisica di **grande unificazione** in cui tutti i livelli di organizzazione della materia — con le leggi che le caratterizzano, che aumentano la normatività, sempre mantenendo le leggi precedenti come condizione necessaria e che, perciò — rimandano ad un unico insieme di leggi originario e comune).

12.2.2.2. Possibilità logica

- Non va confusa con quella fisica, né, soprattutto con quella metafisica. P.es., il fatto che al second'ordine vi siano **linguaggi consistenti** non è condizione sufficiente per l'esistenza di un modello principale in cui quelle formule risultino **vere** (esistenza di possibilità **reale** (fisica e metafisica) contrapposta a quella **logica).**
- Né, per rimanere al primo ordine, il **teorema di Henkin** (consistenza → soddisfacibilità) garantisce l'esistenza di un modello **reale** di oggetti esistenti, per ciascun insieme di formule fra loro consistenti.
    - In questo senso, se vogliamo esprimere tutto ciò in un simbolismo modale, all'assioma **K** non possiamo associare l'assioma **T**, ma quello più debole **D** ($\Box\alpha \rightarrow \Diamond\alpha$)
- → Perché dalla **possibilità logica** si passi alla **possibilità reale** occorre che la **realtà** di tali enti sia data **in modo indipendente** dal linguaggio e dalla struttura di una data teoria (→ causalità sia in fisica che in metafisica irriducibile alla sola **conformità a leggi** e diversi sensi di **esistenza** in logica e in fisica e metafisica = passaggio all'ontologia formale).

12.2.2.3. Possibilità metafisica

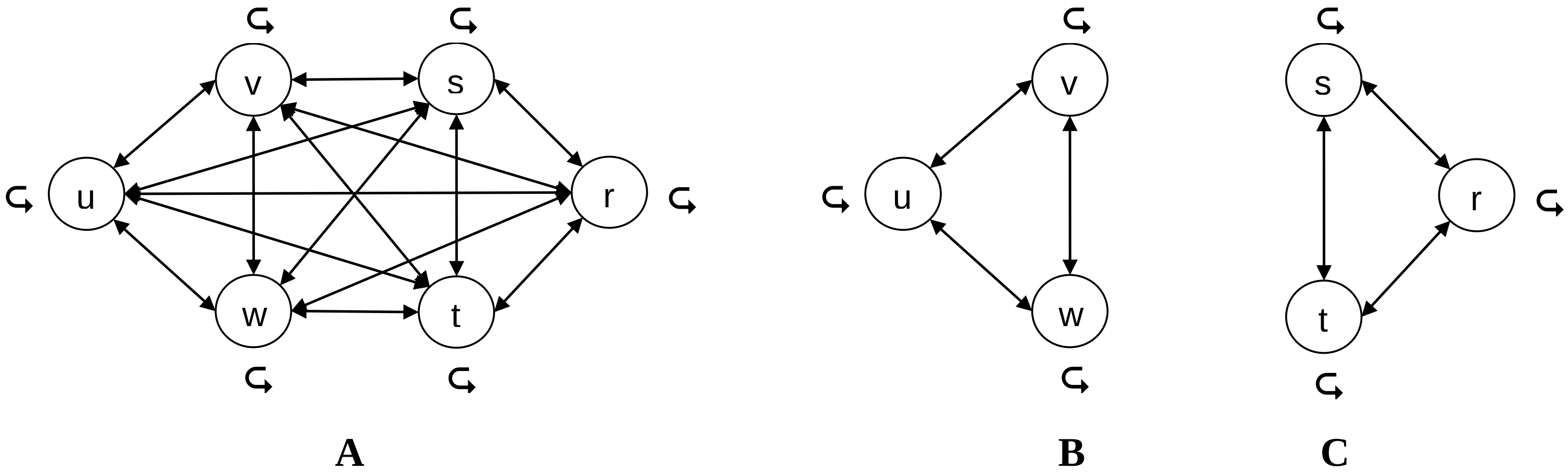
- La possibilità **metafisica** non va confusa a sua volta con quella **fisica.** Può esistere infatti un reale **non-empirico**.
- → se **KT** è sicuramente un ingrediente di una qualsiasi teoria metafisica, pur tuttavia non basta. Infatti, riguardo la **possibilità fisica** (l'assioma **T** si può leggere anche in maniera contrapposta $\alpha \rightarrow \Diamond\alpha$ non è affatto garantito che $\Diamond\alpha$ sia **vero in tutti i mondi possibili**. P.es., rispetto alle leggi fisiche vigenti all'inizio dell'universo dove le energie erano altissime o anche rispetto alle alte energie esistenti attualmente in stelle come il nostro sole, l'esistenza di molecole organiche e quindi di organismi viventi è semplicemente **impossibile.**
- Per ottenere questo (ovviamente non rispetto all'esistenza, ma all'essenza di un dato corpo si deve rinforzare **KT** con l'assioma **5** ($\Diamond\alpha\rightarrow\Box\Diamond\alpha$)→ **KT5(S5)** sistema formale requisito per qualsiasi teoria metafisica, caratterizzato da R riflessiva (**T**) ed euclidea (**5**) → R riflessiva, transitiva e simmetrica:



- → se $\square\alpha \rightarrow \square\square\alpha$˓ infatti **KT5⊃KT4**), ma anche per **5:** $\Diamond\alpha \rightarrow \square\Diamond\alpha$. Ovvero, se un mondo cessa fisicamente di essere attuale, con ciò non viene meno né la possibilità di quel mondo né, tanto meno, vengono meno l'insieme dei contenuti necessari e possibili caratteristici di quel mondo (= le **essenze** degli enti tipici di quel mondo) .
- → **Categoria metafisica** di mondo possibile, caratterizzato dal fatto che la **possibilità** di un mondo non viene determinata da **specifiche condizioni** presenti in uno (o più) mondi possibili (come invece nel caso della **categoria fisica** di mondo possibile).

- Viceversa, la possibilità di uno qualsiasi di quei mondi e le possibilità di tutti i mondi, vengono determinate da **condizioni** che valgono **sempre e comunque** per la totalità dei mondi possibili, mondo attuale incluso. Esiste cioè un unico insieme di leggi rispetto al quale **tutti i mondi possibili** costituiscono un'unica **classe di equivalenza** come lo schema grafico di **S5 (KT5),** con R riflessiva transitiva e simmetrica, evidenzia molto bene.
  - Ciò è in perfetta sintonia con la definizione (aristotelica) in **LN** della **metafisica generale** come "scienza dell'ente in quanto ente", in quanto distinta dalle **ontologie speciali** (p.es., l'ontologia fisica, chimica, biologica, etc.) in cui lo schema **S5 è verificato solo all'interno** di ciascun insieme di mondi specifico, sottoinsieme dell'insieme totale, ma non **fra** questi diversi sottoinsiemi, che costituiscono così altrettanti sottoinsiemi **disgiunti** dell'insieme originario**.**
  - Tutto questo appare in perfetta coerenza anche col teorema caratteristico della teoria degli insiemi secondo cui una relazione di equivalenza definita su un certo insieme, realizza una partizione dell'insieme stesso in sottoinsiemi disgiunti detti **classi di equivalenza**.

- Ad esempio, “vivere nella stessa città” è una relazione di equivalenza; infatti: *u* vive nella stessa città di *u*, se *u* vive nella stessa città di *v* anche *v* vive nella stessa città di *u*, se *u* vive nella stessa città di *v* e *v* vive nella stessa città di *w* allora *u* vive nella stessa città di *w*. Nel nostro esempio le classi di equivalenza definite dalla relazione “vivere nella stessa città” sono, perciò, rappresentate dalle città stesse **A, B** e **C**, dove **B** e **C** sono suburbi (città suburbane) di **A**.
- Cfr. Figura: l’insieme (classe di equivalenza) **A** può essere suddiviso nei due sottoinsiemi (sottoclassi di equivalenza) disgiunti **B** e **C**: **((B$\cap$C)$\subseteq$A).**



- Sono possibili diversi “modelli” di **KT5,** ovvero **diverse teorie metafisiche,** mediante l’aggiunta, all’insieme comune di “assiomi logici” quali l’insieme **KT5,** di altri insiemi di assiomi “extra-logici” diversi per le diverse teorie → cioè ciò che è valido in un insieme di mondi possibili che costituiscono un **modello** o teoria metafisica, è **necessariamente** valido (→ vero) in ciascuno di questi mondi (**universalità e necessità** del **ragionamento apodittico** proprio di ciascuna teoria metafisica), ovvero è necessariamente valido in ciascuno di quei mondi resi possibili da quella metafisica, ma non è “di per sé” valido per un altro insieme di mondi possibili proprio di un’altra teoria metafisica.
- → Aggiungo il “di per sé”, perché la storia del pensiero scientifico moderno insegna che, una volta applicato rigorosamente **un metodo assiomatico di indagine**, molte teorie che sembravano all’origine indipendenti, una volta formalizzate e rese rigorose, si sono dimostrate “sottoinsiemi” di una **nuova teoria più potente** in grado di includerle (si pensi, per esempio, a cosa è avvenuto in fisica dall’ottocento in poi, con l’unificazione di teoria elettrica e magnetica nella teoria elettromagnetica, quindi dell’unificazione della teoria elettromagnetica con la teoria della forza nucleare debole, nella teoria elettro-debole, e così via…).

12.2.2.4. *Possibilità deontica*

- Caratterizzati dall'interpretazione degli operatori ❒ e ◊ in termini degli operatori dentici **O** (obbligo) e **P** (permesso).
- Ciò che caratterizza i sistemi modali costruiti in base a tali operatori è l'impossibilità di ammettere l'assioma **T** ($\Box\alpha \rightarrow \alpha$) sostituito da quello **D** ($\Box\alpha \rightarrow \Diamond\alpha$) in tutti i sistemi deontici (assiologici, morali, legali), pena la confusione fra **necessità deontica** (p.es., morale o legale) e **necessità reale** (p.es., fisica o metafisica).
- Osserviamo perciò che in tutti i sistemi deontici l'assioma **D** ha l'importante funzione di garantire **l'incontraddittorietà normativa**, cioè il fatto che se è obbligatoria una certa proposizione α non può contemporaneamente esserlo anche la sua negazione $\neg\alpha$ (*impossibilia nemo tenetur*).
- Ma l'assioma **D** ha anche un'altra importante funzione. Quella di distinguere in qualche modo il mondo originario (di solito quello attuale) delle relazioni di accessibilità dagli altri mondi (di solito quelli possibili) con cui il mondo originario è in relazione. In altri termini, mentre l'assioma **T** mette il mondo originante le relazioni

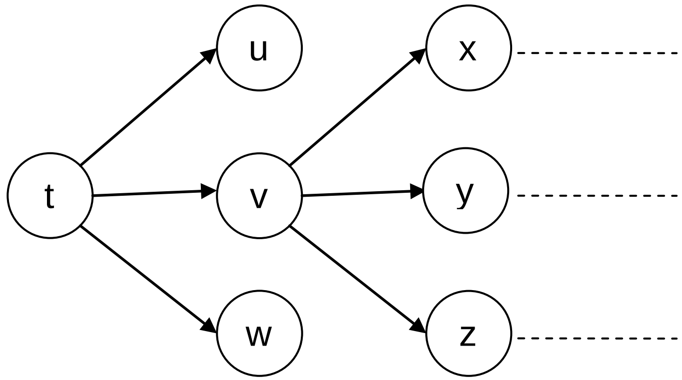
sullo stesso piano degli altri perché sottoposto alle medesime necessitazioni (le leggi fisiche valgono anche nel mondo attuale), l’assioma **D** evidenzia che il mondo (attuale) originario non è sottoposto alle medesime necessitazioni.

- Questo, fra l’altro, garantisce che in una particolare sottoclasse dei sistemi deontici **KD**, quelli cosiddetti “misti”, aletico-deontici in cui si usa una particolare versione dell’assioma **D (KQ),** grazie a **Q** sia possibile distinguere fra il mondo attuale *u* in cui, grazie all’assioma **T** valgono le necessitazioni ontiche fisiche/metafisiche, sia distinto da una particolare sotto-classe dei mondi possibili con cui è in relazione. Quella dei “mondi buoni” in cui, cioè, gli obblighi deontici sono realtà.

♦ In questo senso, la relazione di accessibilità fra mondi va interpretata come **alternativa deontica**. → R è **seriale** nel sistema **KD** quindi ad ogni mondo segue almeno un’alternativa deontica che non è mai realizzata nel mondo di partenza (altrimenti varrebbe l’assioma **T**).

♦ Ora, se noi interpretiamo la relazione di accessibilità come **alternatività deontica**, in modo cioè che si abbia *uRv* quando in *v* si realizzano gli obblighi presenti in *u*, la serialità della relazione significa che **esiste almeno un mondo possibile** in cui è realizzato **ciò che nel mondo attuale è doveroso**. Di tali alternative deontiche ad uno stesso mondo, poi, possono esisterne più d'una: saranno mondi che differiscono tra loro per aspetti deonticamente irrilevanti.

- Partendo da un certo mondo possibile preso come situazione iniziale, la struttura di **KD** e in particolare il carattere seriale della relazione di accessibilità, configura un modello avente il carattere di **progetto pratico o morale**, in cui ogni avanzamento avviene nella direzione di un maggior perfezionamento, fino ad un eventuale "migliore dei mondi possibili" nel quale vale *uRu* (cioè nel quale essere e dover essere coincidono). Osserviamo che esiste una analogia tra i modelli deontici di **KD** e quelli fisici di **KT**: in entrambi possiamo avere l'instaurarsi e/o il decadere di leggi.
- In ambito deontico ciò significa che le richieste vengono rimodulate di volta in volta durante l'evoluzione del progetto, tenendo sempre conto delle mutate condizioni. Ciò che ieri era doveroso o permesso, oggi magari non lo è più. Modelli di questo tipo sono **segmentari** e **non cumulativi** (degli obblighi e dei permessi). Ciò corrisponderebbe alla definizione di progetti deontici indipendenti…

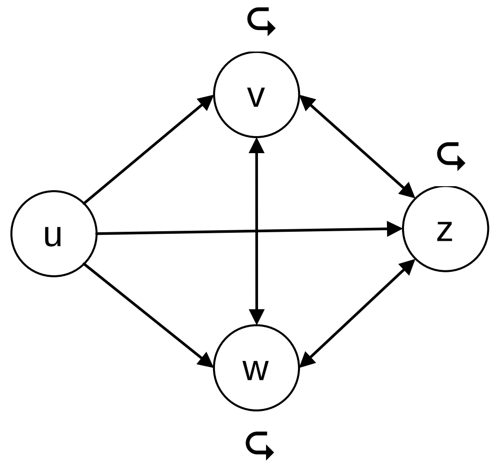


♦ Questa caratteristica può essere eliminata ‘rinforzando’ **KD** con ulteriori assiomi. Se introduciamo l’assioma **4**, in base al quale $\Box\alpha \to \Box\Box\alpha$, ciò che è obbligatorio ad uno stadio del progetto rimane tale nell’evoluzione successiva e non può mai decadere; si realizza quindi nel sistema **KD4** la **cumulatività degli obblighi**. Situazione molto più realistica per rappresentare la complessificazione dei doveri morali e legali, sia nella vita degli individui che delle entità sociali.

♦ Se invece aggiungiamo a **KD** l’assioma **5**, secondo cui $\Diamond\alpha \to \Box\Diamond\alpha$, otteniamo un sistema, **KD5**, in cui **sono i permessi ad essere conservati** e quindi ad **aumentare cumulativamente**. Osserviamo inoltre che in **KD5 non può esservi incremento**

degli obblighi. Supponiamo infatti che in un certo mondo *u* si abbia $\neg\Box\alpha$ e domandiamoci se sia possibile avere $\Box\alpha$ in un mondo *v* accessibile da *u*. Se scriviamo α come la negazione di un'altra proposizione β, avremo in *u* $\neg\Box\neg\beta$, cioè $\Diamond\beta$, in base alla definizione dell'operatore $\Diamond$. Ma allora, se in *v* valesse $\Box\alpha = \Box\neg\beta = \neg(\neg\Box\neg)\beta = \neg\Diamond\beta$, avremmo una situazione vietata dall'assioma **5**. E' chiaro che ci troveremmo qui di fronte, per esempio, alla rappresentazione della logica di un sistema morale/legale **in decadenza,** dove sono solo i permessi ad accrescersi e gli obblighi a decrescere, fino al **collasso totale del sistema.** Nessuno dei mondi in relazione con quello originario alla fine sarebbe caratterizzabile come mondo in cui gli obblighi diventano realtà…

- Se aggiungiamo a **KD** sia l'assioma **4** che **5** otteniamo il sistema **KD45**, designato anche come **S5 deontico**, nel quale tanto gli obblighi che i permessi sono conservati e non incrementati. Il fatto che, con l'evolversi del progetto deontico iniziale, sia obblighi che permessi si cumulano ci fa vedere che si tratta del **sistema deontico perfetto,** in cui esiste un completo equilibrio **diritti-doveri,** tanto che dal punto di vista formale i diversi progetti *v,w,z…* originati da *u* vengono a costituire una classe di progetti **deonticamente equivalenti** dove vigono cioè rigorosamente le stesse regole deontiche e dove queste in ognuno di essi (stante la relazione riflessiva *xRx* che tutti li caratterizza) sono realizzate (sono tutti cioè **mondi buoni**).



12.2.2.5. Possibilità epistemica

- Particolarmente significativo anche **nelle logiche epistemiche** è ancora il sistema **KD45** perché, in una sua specifica interpretazione, costituisce anche il sistema-base anche delle **logiche epistemiche** del "sapere fondato".
- In tale schema, infatti, il mondo di partenza *u* può essere interpretato come il **mondo reale *a*** di cui gli altri, *v*,*w*,*z*,…, costituiscono l'insieme delle sue **rappresentazioni**

possibili, $\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_2}$, $\boldsymbol{a_3}$, … . Esse, come si vede, costituiscono una **classe di equivalenza** di rappresentazioni di *a*, valendo per loro simultaneamente la relazione riflessiva, simmetrica e transitiva a partire dalla relazione solo **transitiva $\mathbf{R}_{\boldsymbol{a}}$** che *a* ha con ciascuna di esse, **costitutiva** della classe stessa.

- Che R_a sia costitutiva della classe si evince immediatamente quando si consideri la proprietà di "euclidicità" (Cfr. §0, slide 252) di cui la relazione R_a gode nei confronti degli altri mondi. A partire da essa, è così possibile istituire fra gli altri mondi le relazioni transitiva, simmetrica e riflessiva, "secondarie", proprio perché tutte fondate su R_a.
- L'insieme delle relazioni fra *u*,*v*,*w*,*z* costituisce un insieme "euclideo" proprio perché la relazione fondante da *u* verso gli altri elementi fa sì che si instauri fra gli elementi in questione una **triangolazione** per la costituzione fra *v*,*w*,*z*, di un'**unica misura invariante rispetto ad *u***. Ha un senso ben preciso affermare dunque che *v*,*w*,*z* sono "misurati" da *u*.
- Nell'interpretazione epistemica, ciò rimanda immediatamente alla fondazione di un'epistemologia realista dove è la realtà ad essere "misura" della conoscenza e non viceversa.

- In tal senso si può dire che l’insieme delle rappresentazioni **si riferiscono ad a** in quanto da esse costituite. → La relazione di **referenza** (dalla rappresentazione al reale) appare così correttamente **asimmetrica** mentre la relazione opposta (dal reale a una sua rappresentazione) appare come una relazione “causale” (transitiva) anche se di tipo particolare.

12.2.2.1. Caso notevole: KD45 ontico e partecipazione dell’essere

- Parlando della formalizzazione della struttura logica di una qualsiasi teoria metafisica entro la semantica modale dei mondi possibili di Kripke, abbiamo detto che le diverse teorie metafisiche si distinguono per **l’aggiunta di ulteriori assiomi** a quelli “logici” del calcolo modale.
- Nel caso della teoria tommasiana, questi assiomi sono quelli relativi alla **differenza reale (causale) essere/essenza** e quindi alla teoria della **partecipazione dell’atto d’essere.**
- Questa teoria offre così la possibilità di un’ulteriore **interpretazione ontica** del sistema modale **KD45,** oltre quelle ben note deontiche ed epistemiche appena illustrate. E’ Tommaso stesso ad introdurci in questa interpretazione, ponendo un’analogia

fra **asimmetricità** della relazione di referenza ad oggetto nell'ordine epistemico e **asimmetricità** della relazione di partecipazione dello essere nell'ordine ontico.

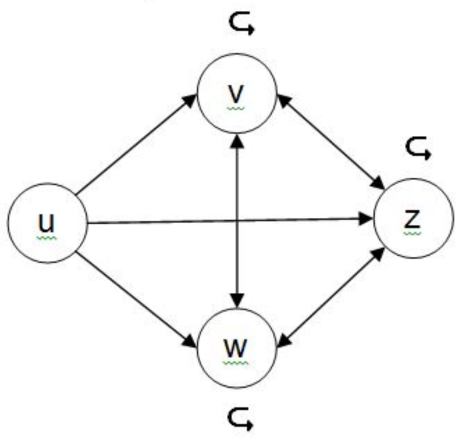
- Ci spiega Tommaso: le relazioni con le creature possono essere attribuite a Dio, ma solo secondo il modo con cui un **conoscibile** (oggetto) si relaziona al **conoscente** (soggetto), che è sempre una relazione **asimmetrica.**
- Infatti, come lo scibile **determina col suo essere la verità o falsità** (esistenza o inesistenza come ente logico) dell'enunciato del conoscente su di esso, nondimeno la relazione cognitiva *qua talis* conoscente-conoscibile non è nello scibile, ma nello sciente. E' l'enunciato a **riferirsi necessariamente** allo scibile (dunque è l'ente a relazionarsi in maniera necessitata all'Essere Sussistente) non viceversa, proprio perché lo scibile (in quanto ente) determina l'«essere» (verità o falsità) dell'enunciato, ma l'enunciazione non può determinare nulla dell'essere dello scibile cui essa si riferisce (Cfr. l'asimmetricità della relazione fondazionale una classe di equivalenza di rappresentazioni dell'oggetto da *u* verso gli altri mondi (rappresentazioni di *u*), nel modello epistemico di **KD45**, appena discusso).
- P.es., Non perché dico che «il cielo è azzurro» esso è azzurro o non è azzurro, bensì è l'azzurro del cielo a determinare l'essere logico (*verità*) dell'enunciato «il cielo è

azzurro» o il non-essere logico (*falsità*) dell'enunciato «il cielo non è azzurro» (Cfr. *S.c.Gent.*, II, 12-15).

- Fuori di metafora, la **referenza** è una relazione R asimmetrica, cioè $x\mathrm{R}y \neq y\mathrm{R}x$, come Russell medesimo evidenzia nei *Principia.* Quest'asimmetria viene così spiegata da Tommaso, applicandola al nostro problema di esplicitazione della struttura relazionale ente — Essere Sussistente. Come un ente fa essere un enunciato, che allora necessariamente a quell'ente si riferisce per essere «logicamente» come *vero,* così l'Essere Sussistente fa essere un ente che allora a Lui necessariamente si riferisce per essere «fisicamente» come *esistente*. (Cfr. Tommaso d'Aq., *In Metaph.*, V, xvii, 1027).
- Si vede dunque **l'unicità della metafisica tomista** rispetto a qualsiasi altra metafisica occidentale. Mentre tutte hanno una struttura **(S5** o **KT45)** che suppone un **principio di totalità della relazione di accessibilità** per il quale tutti gli oggetti della teoria sono confrontabili sulla medesima base, la struttura **S5** della metafisica tommasiana si basa su un **oggetto inaccessibile ma che accede a tutti gli altri**.
- Già infatti abbiamo notato che formalmente un sistema **KD45** nella sua parte destra, escudendo cioè *u* e la sua relazione di accessibilità transitiva, asimmetrica e non-

riflessiva verso **tutti** gli altri mondi fa sì che esso si possa definire un **S5 ontica-mente** secondario.

- Le relazioni transitive simmetriche e riflessive che gli altri mondi *v*,*w*,*z* hanno fra di loro e che ne fanno una **classe di equivalenza rispetto all'accessibilità** dipendono da una relazione di accessibilità a ciascuno di loro da un oggetto inaccessibile *u* → si tratterà allora di **transitività, asimmetricità, riflessività** secondarie, e dunque di **S5 secondario**: **deontico, epistemico o ontico** a seconda dell'interpretazione che si dà della relazione di accessibilità.



♦ Nell’interpretazione **ontica**, se interpretiamo, cioè, la relazione di accessibilità come **causazione** (nell’accezione più generale), si viene in tal modo a realizzare una formalizzazione della dottrina tommasiana dell’essere, con la distinzione tra **essenza** e **atto d’essere**. Se infatti interpretiamo *u* come *Ipsum Esse Subsistens* e gli altri mondi come la totalità degli enti creati possiamo affermare che:

1. Le relazioni che un ente ha con gli altri enti (*v*,*w*,*z*,…) rappresentano le cause seconde, **cause dell’essenza**, che si sviluppano sul piano creaturale, mentre la relazione da *u* è la causa di **tutto l’essere**, essenza ed esistenza di **tutti gli altri enti.**
2. Anche le relazioni (cause seconde) che sussitono tra gli enti **si instaurano in forza della euclideicità della relazione di accessibilità** e del fatto che siamo partiti da una situazione iniziale in cui *u* è in relazione con tutti gli altri enti. Ciò significa che **l’ordine delle cause seconde** (incluse le **leggi** che le governano grazie alla **simmetricità** delle relazioni), per poter sussistere, deve appoggiarsi su un fondamento esterno e trascendente (è la struttura logica delle cinque vie…);

3. L'asimmetria delle relazioni di tutti gli altri enti con *u* esprime **l'assoluta trascendenza di Dio**, per cui **<u>nulla</u> di ciò che appartiene all'ordine creaturale** può in alcun modo determinare il Suo Essere (cfr. in particolare la mancanza di riflessività nelle relazioni di, e da, *u*). Fra l'altro il "nulla" di cui qui si parla esplicita molto bene il senso della teologia ebraica della Cabala di "creazione dal Nulla" come "Creazione da Colui che Non E' Assolutamente Nulla della Creatura", dove Nulla non denota assenza, ma Indicibile Pienezza dello Essere.
4. Il fatto che nessuna relazione – neanche quella riflessiva – termini su *u* denuncia il fatto che Dio, e solo Dio, **è increato**, mentre tutti gli altri enti sono terminali di una relazione di causazione di tutto il loro essere, essenza ed esistenza dal Creatore (oltre che di molteplici relazioni di con-causazione da parte di altri enti).

12.2.3. Appendice: corrispondenza fra assiomi modali e formule del primo ordine (Van Benthem, 1984)

♦ Infine, per introdurre il capitolo seguente, offriamo una serie di corrispondenze fra alcuni assiomi modali del second'ordine da noi usati, e formule del primo ordine:

T: <$\Box\alpha\rightarrow\alpha$>$(\forall x)R(x,x)$: R è riflessiva

D: <$\Box\alpha\rightarrow\Diamond\alpha$>$(\forall x\exists y)R(x,y)$: R è seriale

4: <$\Box\alpha\rightarrow\Box\Box\alpha$> $(\forall x,y,z)\big((Rx,y)\wedge(Ry,z)\big)\rightarrow(Rx,z)$: R è transitiva

5 or **E**: <$\Diamond\alpha\rightarrow\Box\Diamond\alpha$>$(\forall x,y,z)\big((Rx,y)\wedge(Rx,z)\big)\rightarrow(Ry,z)$: R è euclidea

13. INTERPRETAZIONE COALGEBRICA DELLE LOGICHE MODALI

13.1. Sfondo storico: interpretazione semiotica della logica

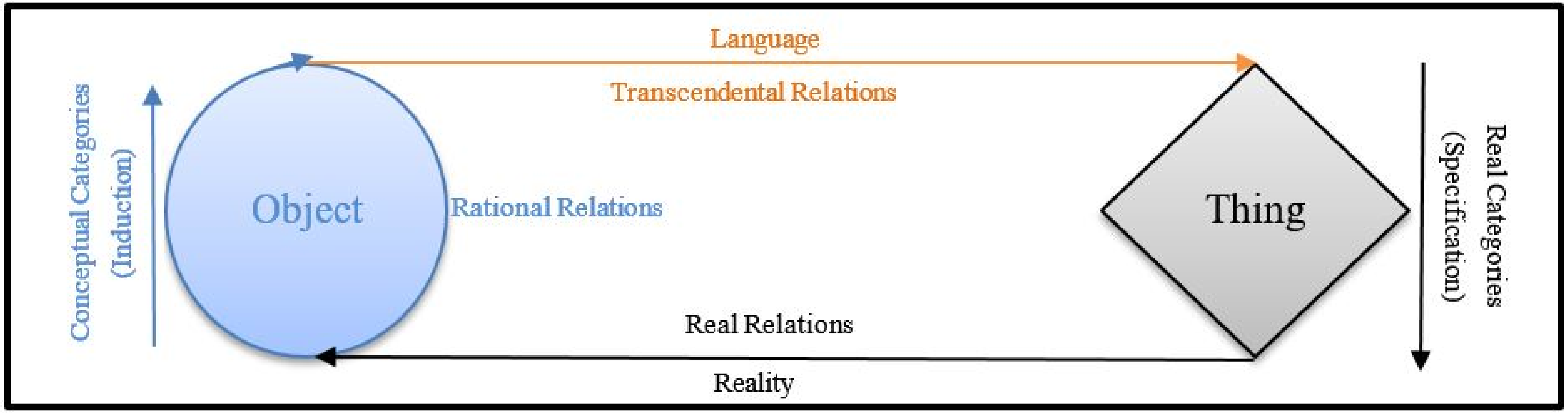
- Inizi ottocenteschi della logica matematica con **algebra della logica** di Schröder come estensione della **logica di Boole** per la possibilità che offre di tradurre qualsiasi formula del calcolo delle proposizioni e dei predicati in espressioni numeriche binarie → **logica equazionale → relazioni irriducibili = relazioni binarie (predicati monadici)** (Schröder, 1890).
- D'altra parte, e per lo stesso motivo, un algebra di Boole si può **costruire induttivamente per ricorsione** gli insiemi numerici su cui è definita e quindi, "valutata semanticamente", "verificata".
- Infatti, l'insieme dei naturali dell'aritmetica può costruirsi, come è noto dall'antichità, usando iterativamente, ricorsivamente l'operatore $n + 1$.

- Le funzioni ricorsive, della forma generale, $x_{n+1} = f(x_n)$, dove quindi il passo successivo della computazione ha come dominio il codominio del passo precedente costituiscono un esempio fondamentale di **composizionalità** (continuità) di funzioni. Il che, fra l'altro, giustifica il fatto che le **algebre di Boole** costituiscano una categoria in **Teoria delle Categorie** (TC).
- Inutile dire che con tutto ciò siamo alle basi dell'informatica che sembra realizzare il sogno leibniziano del *calculemus*.
- "Sembra" soltanto, però, perché è ben noto fin dal "problema di Hume" sull'induzione enumerativa (l'impossibilità di giustificare per induzione enumerativa l'esistenza degli universali logici) che, ricorsivamente, si possono costruire solo insiemi **finiti,** insufficienti per la semantica della logica che necessariamente ha a che fare con oggetti **infiniti**, in tal caso, infatti manca il "minimo limite superiore" dove fermarsi.
- Nel linguaggio della matematica ciò si dice affermando che **non si possono dare *funzioni ricorsive generali,*** definite cioè sull'intero (infinito) insieme dei naturali, come il secondo teorema di incompletezza di Gödel dimostra – in questo anticipato dal teorema di Lövenheim-Skolem e dal teorema di Tarski.

- In soldoni, il “numero di Gödel”, il simbolo numerico con cui denotare un insieme di numeri ricorsivamente costruito (definito), proprio come con “cavallo” denotiamo concettualmente l’insieme dei cavalli, **non può appartenere all’insieme numerico che denota**.
- In altri termini, **possono esistere solo *funzioni ricorsive parziali*, definite cioè su sottoinsiemi dell’insieme dei naturali**. Per dirlo aristotelicamente coll’argomento del “terzo uomo”, perché la logica è sempre quella, “l’umanità non è un uomo”, o nei termini dell’umorismo britannico di Russell nel descrivere il suo famoso paradosso, “l’insieme delle teiere non è una teiera”.
- Problema della giustificazione della **significazione** come concetto intrinseco alla stessa nozione di **simbolo logico.** Due soluzioni, **fenomenologica** e **semiotica,** al problema del formalismo dell’algebra della logica di Schröder:
  1. **Fenomenologica (Husserl):** necessario riferimento a un **soggetto intenzionale** per la fondazione trascendentale di **oggetti logici infiniti** come denotato intrinseco a ogni simbolo predicativo della logica e della matematica in quanto “significante” (Husserl, 1891).

2. **Semiotica (Peirce):** ogni relazione significante in logica o **semeiosis** non suppone un riferimento a un soggetto conoscente, bensì a un **interpretante (*interpretant*)** rispetto al quale la relazione **segno-referente di significazione** può essere formalmente giustificata → le relazioni irriducibili in algebra delle logica sono le **relazioni triadiche (segno-referente-interpretante) non diadiche → invenzione dell'algebra delle relazioni** (Peirce, 1897) ← **teoria semiotica delle categorie (*firstness, secondness, thirdness*)** come antecedente e fondante algebricamente ogni categorizzazione logico-predicativa (Peirce, 1868; 1885; 1886).

- Anticipazione della contrapposizione Husserl-Peirce nella soluzione del problema semantico nei fondamenti della logica in **Giovanni di S. Tommaso** (John Poinsot) come anticipatore della **svolta semiotica** rispetto all'interpretazione concettualista di Tommaso offerta dal Card. Cajetano che ha prevalso nella modernità perché congruente al **trascendentale moderno del conoscere di Suarez-Descartes-Kant.**
- Nozione di **signum** come *esse per* e quindi come **relazione trascendentale** nel liguaggio (*relatio secundum dici*) perché: a) **non appartiene alla categoria delle relazioni (*esse ad*)**; b) **in quanto relazione significante si applica a qualsiasi altra categoria predicativa o significazione.**



13.2. Alcune nozioni elementari di teoria delle categorie (TC)

- La teoria delle categorie (TC) è il punto di arrivo dello **sviluppo dell'algebra delle relazioni** iniziato da Peirce. E' un linguaggio universale per le scienze logiche e matematiche, in quanto si possono esprimere e dimostrare in esso relazioni fra le teorie non esprimibili o dimostrabili altrimenti.

- ♦ TC è un linguaggio in qualche modo più generale della stessa teoria degli insiemi, in quanto in TC glie stessi elementi degli insiemi esistono nella teoria solo in quanto domini-codomini di relazioni (morfismi).
- ♦ Infatti in TC i **primitivi** sono: 1) **morfismi o frecce (→), *f*, *g***, intese come generalizzazione delle nozioni di "funzione", "operazione", "operatore", etc.; 2) **compopsizioni di morfismi, $f \circ g$**
- ♦ In tal modo una **categoria** è "qualsiasi struttura in logica o matematica con morfismi che preservano la struttura". Ogni *categoria* è dunque costituita da:
  - Una collezione di "oggetti", *A, B, C, …*;
  - Una collezione di "frecce" o "morfismi", *f,g,h,…*;
  - Due collezioni di "mappe" **dom, cod** che assegnano a ciascuna freccia il suo "dominio" (punto di partenza) e il suo "codominio" (punto di arrivo) di oggetti;
  - Per ogni tripla di oggetti, *A,B,C,* una *mappa di composizione* $A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$, scritta come $g \circ f$ (o talvolta: *f* ; *g*), dove *B* è codominio di *f* e dominio di *g*;
  - Per ogni oggetto *A*, un *morfismo riflessivo* che ha lo stesso oggetto come dominio e codominio, $A \to A$, e dunque costituisce una *relazione di identità*, Id_A.

In tal modo sono altrettante categorie alcune fondamentali strutture logiche e matematiche (denotate col termine inglese): **Set** (insiemi e funzioni); **Grp** (gruppi e omomorfismi); **Top** (spazi topologici – ovvero spazi in cui tutte le trasformazioni avvengono “senza strappi”, torsioni incluse (si pensi ai famosi “nastri di Möbius, per esempio). Gli ordinari spazi geometrici sono spazi topologici cui è aggiunta una metrica, sono cioè spazi topologici metrici – e funzioni continue); **Pos** (insiemi parzialmente ordinati (*partially ordered sets*) e funzioni monotone (=sempre crescenti o sempre decrescenti)); **Vect** (spazi vettoriali definiti su campi numerici e funzioni lineari); etc.

- I morfismi tra categorie si definiscono col nome di *funtori*, *F*, ovvero operazioni che mappano oggetti e frecce da una categoria **C** all’altra **D,** F: **C** $\rightarrow$ **D,** in modo *da preservare composizioni e identità.* In tal modo fra le due categorie esiste un *omomorfismo* o *identità di struttura*, ovvero un mapping *biiettivo* “uno-a-uno”, che è sia iniettivo che suriettivo, fra oggetti e morfismi che arriva fino *all’isomorfismo* (*homomorphism up to isomorphism*), se l’omomorismo può essere invertito.
- Arriva, cioè, fino alla biunivocità delle biiezioni nelle due direzioni fra *tutti* gli elementi dei due insiemi. L’equivalenza ($\leftrightarrow$) fra insiemi totalmente o parzialmente or-

dinati è infatti un classico esempio di isomorfismo. Generalmente, un funtore F è **covariante**, ovvero mantiene il verso delle frecce e l'ordine delle composizioni. Quidi:

se $f: A \to B$, allora $FA \to FB$; se $f \circ g$, allora $F(f \circ g) = Ff \circ Fg$; e se id_A, allora $Fid_A = id_{FA}$.

- Le due categorie, **C, D,** sono però ugualmente omomorfe fino all'isomorfismo se il funtore G che le connette è **controvariante**, ovvero inverte il verso delle frecce e l'ordine delle composizioni, l'unico morfismo a rimanere invariato essendo quello dell'identità, G: $\mathbf{C} \to \mathbf{D}^{\mathbf{op}}$. Quindi:

se $f: A \to B$, allora $GB \to GA$; se $f \circ g$, allora $G(g \circ f) = Gg \circ Gf$; ma se id_A, allora $Gid_A = id_{GA}$.

- Attraverso la nozione di funtore controvariante, possiamo introdurre perciò la nozione di **dualità di categorie**. Ovvero data una categoria **C** e l'endofuntore E: $\mathbf{C} \to \mathbf{C}$, un funtore, cioè, che pone in relazione omomorfa strutture appartenenti alla medesima categoria, l'applicazione controvariante di questo funtore su tutti i morfismi e le composizioni legherà la categoria **C** alla sua opposta $\mathbf{C^{op}}$, cioè, E^{op}: $\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C^{op}}$. Ciò significa che esiste un *omomorfismo fino all'isomorfismo* fra **C** e $\mathbf{C^{op}}$ attraverso *E*. Su queste basi è possibile dimostrare *l'equivalenza duale* fra categorie, in simboli: $\mathbf{C} \rightleftharpoons \mathbf{C^{op}}$. La dualità in TC è pertanto la corrispondenza fra la proprietà della categoria **C** e quelle della sua opposta $\mathbf{C^{op}}$.

- Un esempio fondamentale di equivalenza duale fra categorie in fisica ed in matematica è quello fra la categoria delle **coalgebre,** $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} \times \mathcal{A}$, e quella delle **algebre,** $\mathcal{A} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$ per l'applicazione controvariante di un medesimo funtore Ω, cioè: $\mathbf{Coalg\ \Omega} \rightleftharpoons \mathbf{Alg\ \Omega^{op}}$. Dove la precedenza della categoria delle coalgebre sulle algebre è data dal fatto che nelle algebre siamo limitati dal **teorema fondamentale dell'algebra** all'uso di endofuntori che sono tutti **polinomiali,** un limite che non si ha nella categoria delle coalgebre,
- Nelle coalgebre funtoriali, perciò, si possono rappresentare liberamente sistemi dinamici e computazionali come "sistemi a transizione di stato univocamente designati" (*labeled state transition systems*) da funzioni/operatori che non sono necesaria-

mente polinomi. Di qui la nozione di **Coalgebra Universale come teoria generale dei sistemi,** dove valgono le potenti nozioni di **coinduzione** e **equivalenza osservazionale** come duali rispetto a quelli di **induzione e equivalenza per congruenza** dell'Algebra Universale, di immediata applicabilità sia in computer science che in fisica quantistica (Rutten, 2000; Rutten & Sangiorgi, 2012).

- ♦ Il concetto di dualità equivalente fra categorie in TC ci introduce nella nozione di **equivalenza duale in semantica** nella logica della TC.
- ♦ Più specificamente, nella semantica della TC la dualità come tale significa che dato un asserto α definito nella categoria **C,** scambiando dominio e codominio di ogni morfismo come pure l'ordine delle composizioni fra morfismi, si può ottenere un asserto duale al primo, α^{op}, nella categoria $\mathbf{C^{op}}$.
- ♦ Cioè α è vero *se e solo se* α^{op} è vero. In altri termini, la dualità come tale è l'asserto che *la verità/falsità è invariante* sotto queste operazioni di scambio sugli asserti, essi cioè sono *dualmente equivalenti*. In simboli: $\alpha \rightleftarrows \alpha^{op}$, come distinto dall'ordinaria equivalenza della tautologia logica: $\alpha \leftrightarrow \beta$.

- In una parola, nella semantica della TC, le **costruzioni funtorialmente duali** (controvarianti) sono molto più rilevanti delle costruzioni covarianti.
- Per esempio, nella semantica basata sulla teoria degli insiemi, la semantica di una funzione è data dall'insieme-potenza (l'insieme delle combinazioni di tutti i sotto-insiemi di un insieme) di una data funzione (predicato).
- Così, dato l'endofuntore covariante dell'insieme-potenza **Set** $\rightarrow$ **Set** **,** $\mathcal{P}$**,** che manda ogni insieme X sul suo insieme-potenza $\mathcal{P}(X)$, e ogni funzione $f : X \rightarrow Y$ sulla mappa S che manda un dato sotto-insieme del dominio, $U \subseteq X$, sulla sua immagine (rappresentazione funzionale) nel codominio, $f\,(U) \subseteq Y$.
- Viceversa, il funtore contravariante dell'insieme-potenza $\mathcal{P}^{\mathrm{op}}$: $\mathbf{Set}^{\mathbf{op}} \rightarrow \mathbf{Set}$ è molto più semanticamente rilevante.
- Infatti, come ogni altro funtore controvariante esso preserva tutti gli oggetti (sottoinsiemi) del funtore covariante, nel nostro caso $\mathcal{P}$, ma manda ogni funzione f: $X \rightarrow Y$ sulla mappa T che a sua volta manda un dato sotto-insieme del codominio $V \subseteq Y$ sulla sua immagine inversa $f^{-1}(V) \subseteq X$.

- ♦ Praticamente, dato un certo codominio, l'endofuntore controvariante "suggerisce" qual è il dominio funzionale (predicato) che lo rappresenta (esprime) matematicamente/logicamente.
- ♦ In modo simile, anche se più raffinato, il funtore degli spazi duali (_)* di determinati spazi vettoriali V definiti su un particolare campo numerico k: $(\_)^*: \mathbf{Vect}_k^{\mathbf{op}} \to \mathbf{Vect}_k := V \mapsto V^*$ gioca un ruolo essenziale sia nella QFT topologica sia:
  1. nella cosiddetta "costruzione-GNS per le algebre C^* per la modellizzazione di sistemi quantistici secondo la meccanica statistica;
  2. sia nella "costruzione di Bogoliubov" per la QFT termica, per la modellizzazione di sistemi quantistici dissipativi o "aperti", stabili in "condizioni molto lontane dall'equilibrio" e perciò non trattabili in meccanica statistica,
  3. sia nella computazione quantistica topologica mediante la "costruzione di Vietoris" per le Algebre di Boole. Quest'ultimo caso è il più interessante per noi.
- ♦ Infatti, il teorema fondamentale di Stone per la logica e la computazione topologica, ovvero "il teorema di Stone di rappresentazione per Algebre di Boole (BA) (Stone, 1936), afferma che ogni BA è isomorfa con un insieme parzialmente ordinato di in-

siemi chiusi-aperti (insiemi aperti, chiusi da altri insiemi aperti, come gli insiemi di punti entro il cerchio, dove gli unici insiemi chiusi di punti sono quelli definiti sul bordo della circonferenza: praticamente si tratta di intervalli chiusi-aperti di numeri reali definiti su un particolare spazio topologico: lo spazio di Stone.

- Effettivamente, si tratta di un insieme parazialmente ordinato di chiusi-aperti definito sull'insieme-potenza di un dato insieme ordinato per inclusione definiti su uno spazio-di-Stone che condivide la medesima topologia delle algebre C* in fisica quantistica.
- Siccome la categoria **Stone** degli spazi di Stone e la categoria **BAlg** delle algebre di Boole sono duali l'una all'altra, è possibile dimostrare l'equivalenza duale fra la categoria delle coalgebre definite sugli spazi di Stone **SCoalg** e la categoria **BAlg** per l'applicazione controvariante del funtore di Vietoris $\mathcal{V}$. Si tratta di un funtore che agisce sullo spazio vettoriale di Vietoris che condivide la medesima topologia degli spazi di Stone. In simboli, $\mathbf{SCoalg}(\mathcal{V}) \leftrightharpoons \mathbf{BAlg}(\mathcal{V}^*)$ (Abramsky, 2005; Venema, 2007).

- Al di là dei tecnicismi, siccome con le coalgebre funtoriali posso formalizzare la dinamica dei sistemi in generale, ciò significa definire sugli stati fisici del sistema la semantica del calcolo logico che lo rappresenta. Dove cioè è la dinamica stessa (coalgebra) a "indurre" (mappare mediante un funtore controvariante) la sua struttura sul calcolo logico booleano (algebra) che così, per questo **omomorfismo duale** lo designa veritativamente, ovvero come un **modello "vero",** come una teoria vera di quel sistema (= "verità locale")**.**
- E' questo il cuore della nozione di **morfismo limitato (*bounded morphism*) ($\xleftarrow{\leftrightarrows}$) per modelli di Kripke,** definiti secondo la sua semantica relazionale dei mondi possibili (cfr. §12.2) (Goranko & Otto, 2007; Venema, 2007), mediante, cioè, la giustificazione della nozione di "dualità equivalente" in semantica relazionale ($\leftrightarrows$) mediante l'applicazione di un funtore controvariante ($\longleftarrow$) dal sistema rappresentato al linguaggio che lo rappresenta ($\xleftarrow{\leftrightarrows}$). .
- In parole semplici, è come se la coappartenenza ($\ni$) "ontica" della specie dei cavalli al genere dei mammiferi, nella dinamica coalgebrica della realtà fisica giustificasse direttamente la verità dell'appartenenza ($\in$) "logica" della sottoclasse dei cavalli

mediante la nozione di morfismo limitato proprio della semantica coalgebrica. Ovvero:

$$cavallo \in mammifero \xleftarrow{\rightleftarrows} cavallo \ni mammifero$$

- E' evidente che il simbolo ($\longleftarrow$) sottoscritto al bicondizionale duale ($\leftrightarrows$) sta per il funtore controvariante, ovvero per il morfismo che "manda" una struttura nell'altra, così da giustificare l'identità di forma, *l'omomorfismo* fra la struttura causale a destra e la struttura logica a sinistra.
- Per dare consistenza nella fisica fondamentale contemporanea a questa costruzione che da consistenza "post-moderna" all'intuizione di Giovanni di S. Tommaso della interpretazione "semiotica", "algebrica" della fondazione ontologica della verità "locale" (*adequatio*) di Tommaso (Cfr. §13.1), occorre un'interpretazione coalgebrica della teoria quantistica dei campi (QFT) in fisica fondamentale. E specificamente nella fisica fondamentale dei sistemi biologici e neurali.

13.3.Equivalenza duale e fondazione della nozione di verità ontologica in fisica fondamentale

13.3.1. Sfondo storico (Basti, 2015)

- Nella tradizione del pensiero occidentale si sono sempre contrapposte l’ontologia **platonica** della logica e della matematica con quella **aristotelica.**
  - Nella prima, le essenze e quindi gli oggetti logici e matematici **pre-esistono alla realtà fisica e alla mente umana** in cui sono innate, anche se inconsce e richiamate alla memoria (*anamnesis*) attraverso le sensazioni;
  - Nella seconda, le forme naturali delle cose sono edotte mediante cause fisiche dalla potenzialità della materia prima, intesa da Aristotele come **dinamismo primario, *próte dynamis*,** in cui gli enti fisici sono immersi dentro e fuori, così che le forme dei corpi costituiscono una sorta di “confine” (*péras*) fra il sostrato materiale interno al corpo e quello esterno (ambiente). Gli oggetti logici e matematici sono dunque **astratti** dalle forme naturali a partire da un’azione causale sui sensi.

- ♦ Questa contrapposizione fra platonismo e aristotelismo si perpetua nella tradizione scolastica cristiana e islamica del neo-platonismo – che sposta l'iperuranio platonico nella Mente di Dio – e del neo-aristotelismo.
- ♦ Tommaso in particolare rivendica **l'autonomia del cosmo e della mente umana** perché l'unica relazione che Dio può avere col mondo è quella dell'**atto creativo** metafisicamente inteso come **partecipazione dell'atto d'essere** da cui l'esistenza e l'essenza di goni cosa deriva con il concorso causale della **causalità prima** divina e della **causalità seconda** delle cause fisiche. La prima include da fuori del tempo e quindi simultaneamente a ogni istante di tempo, tutto l'universo e la venuta all'esistenza delle cose in esso e dunque nel tempo per il concorso delle cause fisi-che, visto che il rimo termine dell'azione creativa è l'esistenza potenziale della *próte dynamis* del sostrato materiale da cui tutto deriva.
- ♦ Riguardo l'autonomia della mente umana nell'accedere alla verità, contro la teoria neo-platonica della **verità,** secondo cui l'intelletto umano è "misurato" dall'intelletto divino, e contro la teoria sofista dell'intelletto umano "misura di tutte le cose", Tommaso rivendica, la sua teoria ontologica della verità in cui **l'intelletto umano è misurato dalle cose**, anche se, in qualche modo le cose in quanto create (causate)

ultimamente da Dio, attraverso il concorso delle cause seconde, sono in qualche modo "misurate" dall'Intelletto Divino. Afferma a riguardo Tommaso (*De Ver*. I, 2co)

> *«Da questo appare evidente che le cose naturali (res naturales), da cui il nostro intelletto prende (accipit) la scienza misurano (mensurant) il nostro intelletto, come si dice nel libro X della Metafisica. Esse sono, tuttavia misurate dall'intelletto divino in cui esse tutte esistono come artefatti (artificiata) nell'intelletto dell'artefice (artificis). Pertanto, l'intelletto divino è misurante non misurato; le cose naturali sono misurate e misuranti: il nostro intelletto, però, è misurato e non misurante, sebbene anch'esso è misurante, ma solo dei nostri artefatti. La cosa naturale, dunque, in quanto posta in mezzo ai due intelletti, è definibile "vera" rispetto ad ambedue. Infatti, secondo la sua adeguazione all'intelletto divino è definibile come vera nella misura in cui soddisfa (implet) ciò a cui è ordinata dall'intelletto divino».*

- È chiaro dunque che la nozione di *verità ontologica* come "adeguazione delle cose e dell'intelletto" (*veritas est adaequatio intellectus et rei*) è costituita da una *relazione composta*, intelletto-divino/cosa/intelletto-umano nelle due direzioni opposte in cui essa si può definire. Dove è da ricordare che la facoltà intellettiva umana accede alla verità è quella dell'intelletto giudicante, (seconda operazione) non di quella dell'intelletto che apprende l'oggetto (prima operazione), perché la verità è proprietà primariamente della proposizione (linguaggio) non della conoscenza. Dunque, le due direzioni della *adaequatio* sono generalmente denotate come:

1. **Verità ontica** della relazione di dipendenza causale della cosa dall'intelletto divino o comunque da una *causa prima comune* a tutte le cose ("adeguazione della cosa all'intelletto", *adaequatio rei ad intellectum*, perché è questo a fondare ("misurare") quella, quindi: intelletto $\rightarrow$ cosa);
2. **Verità logica** della relazione di dipendenza causale dell'intelletto umano dalla cosa, attraverso i sensi, ai quali poi l'intelletto "si rivolge" per produrre il giudizio veritativo sulla cosa, invertendo così il verso della relazione ("adeguazione dell'intelletto alla cosa", *adaequatio intellectus ad rem*, perché è questa a fondare "misurare" quello: intelletto $\leftarrow$ cosa).

♦ Esiste dunque nella dottrina tommasiana della verità ontologica una "composizionalità" delle relazioni intelletto/cosa/intelletto nei due *versi* in cui queste relazioni si possono costituire, perché hanno sempre nella "cosa" il termine comune. I due versi sono:

1. **Ontico-discendente**, intelletto divino $\rightarrow$ cosa $\rightarrow$ intelletto umano;
2. **Logico(-epistemico)-ascendente**, intelletto umano $\rightarrow$ cosa $\rightarrow$ intelletto divino

- Usando il linguaggio della TC, **verità ontica e verità logica** costituiscono dunque, per la molteplicità delle cose e degli intelletti, **due categorie di verità**, in relazione **duale** l'una all'altra per **l'inversione dei versi** (frecce) e dell'**ordine** delle composizioni (intelletto-cosa; cosa-intelletto).
- Il fatto tuttavia che, sebbene specularmente, a frecce invertite, condividono la medesima struttura formale – sono cioè "omomorfe" – giustifica la definizione di esse come due componenti della **verità onto-logica**.
- Non per nulla, come dimostrato altrove (Basti, 2014), su questa dualità fra verità ontica e logica, Tommaso fonda la sua dottrina essenziale del **bicondizionale onto-logico** ($\rightleftarrows$) in quanto distinto dal **bicondizionale logico** ($\leftrightarrow$) della tautologia, come connettivo fondamentale nella teoria della dimostrazione propria della metafisica e dell'ontologia.
- In altri termini, in ontologia, l'implicazione *logica* ($\Box\,(p \rightarrow q)$: "necessariamente p implica q, ovvero è impossibile che la premessa p sia vera la conseguenza q sia fal-

sa”) si fonda sull’implicazione *causale* o *ontica*, “a frecce e composizioni invertite”, dei rispettivi denotati reali dei due asserti ($\Box\,(p \leftarrow q)$: “necessariamente se esiste l’effetto q esiste la causa p, ovvero è impossibile che l’effetto q esista, senza che la causa p esista”).

- Nei termini della TC, le due implicazioni sono **dualmente equivalenti**, ovvero: $p \leftrightarrows q$: è vera l’una *se e solo se* è vera l’altra. In altri termini, siamo di fronte alla nozione-chiave che consente la **fondazione causale** di una **legge ontologica** (fisica e metafisica), quella che l’ontologia naturalistica aristotelica affermava, e che la cosmologia evolutiva contemporanea suppone. Usando l’efficace espressione di J. A. Wheeler (Patton & Wheeler, 1975), la “cosmogonia è la legislatrice della natura”.
- È evidente dunque che una formalizzazione adeguata della dottrina ontologica della verità come *adaequatio* in Tommaso che è una dottrina di **verità locali** che partecipano della **Verità Assoluta** che, teologicamente, solo Dio può conoscere, è una **dottrina modale basata su una logica coalgebrica** (cfr. §13.2).

♦ Il problema dunque per giustificare un **realismo naturalista** di tipo neo-aristotelico è la **giustificazione in fisica fondamentale** di questa modellizzazione coalgebrica delle teorie fisico-matematiche.

13.3.2. La modellizzazione coalgebrica della teoria quantistica dei campi (QFT) (Blasone, Jizba, & Vitiello, 2011)

♦ Tutto il formalismo contemporaneo della meccanica quantistica (QM) e della teoria quantistica dei campi (QFT) va sotto il nome di **algebra degli operatori (*operator algebra*)** dove le strutture algebriche fondamentali considerate sono gli **spazi di Hilbert** (ricordiamo che gli unici "osservabili" in QM e QFT sono operatori mediante cui si passa da uno "stato quantico" ad un altro i quali, per il principio di indeterminazione, non sono osservabili), e le associate **algebre di Von Neumann e algebre *C**,** nonché le cosiddette **algebre di Hopf** (Blackadar, 2005; Landsman, 2011)**.**

♦ Inoltre, siccome sia in QM che in QFT le grandezze matematiche fondamentali considerate sono **grandezze continue** (funzioni d'onda probabilistiche in QM e campi di forza in QFT), queste strutture sono definite su **spazi topologici → interpreta-**

zione topologica della QFT e della teoria della computazione quantistica (cfr. “il teorema di Stone” ricordato in §13.2).

- Particolarmente rilevanti per tutti i calcoli quantistici sono le **algebre di Hopf** che matematicamente sono delle **bi-algebre,** ovvero strutture composte da una coalgebra, $H \to H \otimes H$ (sinistra nel grafico), e da un’algebra, $H \otimes H \to H$ (destra nel grafico), e legate da una mappa vettoriale S: $H \to H$ o “antipode” definita sul campo K che manda coprodotti (Δ) e counità (ε) dell’una su prodotti (∇) e unità (η) dell’altra (e viceversa), così da risultare perfettamente **simmetriche e isomorfe l’una all’altra.** Per questo le bialgebre di Hopf – come gli spazi di Hilbert – sono sostanzialmente strutture **auto-duali:** se facciamo il duale di una bialgebra di Hopf otteniamo una bialgebra di Hopf, perché le due sub-strutture **commutano** perfettamente

$$\begin{array}{ccccc} & H\otimes H & \xrightarrow{S\otimes \mathrm{id}} & H\otimes H & \\ \nearrow^{\Delta} & & & & \searrow^{\nabla} \\ H & \xrightarrow{\varepsilon} & K & \xrightarrow{\eta} & H \\ \searrow_{\Delta} & & & & \nearrow_{\nabla} \\ & H\otimes H & \xrightarrow[\mathrm{id}\otimes S]{} & H\otimes H & \end{array}$$

- ♦ La categoria delle bialgebre di Hopf è usata ampiamente nei calcoli sia in meccanica classica che in QM. P.es., in QM facciamo uso dell'algebra per calcolare il valore dell'energia della singola particella, e della coalgebra per calcolare il valore totale dell'energia di uno stato quantico con due particelle (i coprodotti sono infatti essenzialmente somme).
- ♦ Nel caso di sistemi isolati o "chiusi" come in QM, o nella QFT basate sulla **meccanica statistica** dove i sistemi sono studiati nella condizione-limite della **stabilità all'equilibrio**, ha senso infatti che i coprodotti della coalgebra commutino fra di loro perché definibili sulla stessa base.
- ♦ Nel caso invece di sistemi dissipativi o "aperti" come nel caso della **QFT termica (*thermal QFT*)**, basata non sulla meccanica statistica ma sulla **teoria dinamica dei campi termici (TFD)** dove i sistemi persistono a lungo in **condizioni molto lontane dall'equilibrio,** i coprodotti per calcolare l'energia totale non possono essere definiti sulla stessa base e quindi non possono commutare fra di loro, perché ogni coppia rappresenta lo stato del sistema e del suo bagno termico.
- ♦ In tal caso si usano le **coalgebre di Hopf *q*-deformate,** dove *q* è un parametro termico ed è legato alla **trasformazione di Bogoliubov** che entra nella formalizzazione

di qualsiasi processo di “creazione-annihilazione di particelle” nella QFT termica, in particolare nei calcoli sullo spazio di Hilbert associato che ovviamente è uno **spazio raddoppiato,** perché ad ogni stato del sistema deve corrispondere uno stato del bagno termico. Di qui il principio del **raddoppio dei gradi di libertà (*doubling of degrees of freedom*, DDF) sistema/bagno termico** che caratterizza questa modellizzazione coalgebrica dei sistemi quantistici dissipativi.

- Allo stesso tempo, per mantenere la non-commutatività di prodotti e co-prodotti (come pure degli stati dello spazio di Hilbert raddoppiato) il mapping vettoriale fra una coalgebra e un’algebra di Hopf q-deformate sarà legato ad **un’applicazione controvariante della trasformata di Bogoliubov**, visto che l’inversione algebrica delle frecce (morfismi) rifletterà nel formalismo l’inversione fisica delle frecce-energia che caratterizza ogni bilancio energetico sistema-bagno termico, anche in condizioni molto lontane dall’equilibrio. In una parola, ogni bi-algebra di Hopf q-deformata rappresenterà un particolare sistema quantistico dissipativo, e le due categorie di algebre e coalgebre di Hopf q-deformate costituiscono due categorie **dualmente equivalenti** per l’applicazione controvariante della trasformata di Bogoliubov T che costituisce perciò il funtore mediante cui una struttura è mappata in maniera dualmente omomorfa sull'altra. Ovvero:

$$\boldsymbol{q}\mathbf{HCoalg}\boldsymbol{T} \rightleftharpoons \boldsymbol{q}\mathbf{HAlg}\boldsymbol{T}^*$$

- Se teniamo presente che gli spazi topologici della TFD sono gli stessi delle algebre-C^* e quindi degli spazi di Stone del suo teorema di rappresentazione per algebre di Boole si può capire la rilevanza della QFT termica in computazione quantistica alla luce dell'equivalenza duale, per l'applicazione del mapping vettoriale di Vietoris $\mathcal{V}$, fra la categoria delle coalgebre definite su spazi di Stone e la categoria delle algebre di Boole in logica modale, quando abbiamo a che fare con le **verità locali** di modelli di Kripke legati alla sua ontologia dei generi naturali (genere-specie)**,** cioè (cfr. §13.2):

$$\mathbf{SCoalg}(\mathcal{V}) \leftrightarrows \mathbf{BAlg}(\mathcal{V}^*)$$

13.3.3. Rilevanza ontologica della QFT termica

- La rilevanza per la teoria e le applicazioni in topologia della computazione quantistica di queste riflessioni sono presentate e discusse in (Basti, Capolupo, & Vitiello, 2016). Ciò che qui ci interessa è la loro rilevanza per un’ontologia del realismo naturale basata su questa fisica fondamentale.

- Infatti, le differenze ontologiche fondamentali fra una QFT termica e la QM e la QFT (termodinamica quantistica inclusa) interpretate nello schema della meccanica statistica sono sostanzialmente due, oggetto dei prossimi due sottoparagrafi.

13.3.4. Vuoto quantistico (QV) come sostrato dinamico (Blasone, Jizba, & Vitiello, 2011)

- A causa del **III Principio della Termodinamica** (“l’entropia di un sistema si avvicina ad un valore costante nella misura in cui la temperatura si approssima allo zero”) per il quale nessun sistema fisico può mai raggiungere lo zero assoluto (0°K = -273°C) per cui esiste un’oscillazione irriducibile di ogni mole di materia è quella di concepire il vuoto come una sorta di **sorgente di energia intrinseca** a qualsiasi sistema fisico ed in cui tutta la realtà fisica è immersa **a qualiasi livello della sua organizzazione, il QV appunto** → inesistenza del “vuoto meccanico” dell’atomismo dei greci e della meccanica di Newton → ***non possiamo più concepi-***

re alcun corpo fisico come isolato, ovvero tutti i sistemi fisici sono sistemi "aperti" alle fluttuazioni del VQ.

- Per questo motivo la QFT è una teoria intrinsecamente "termica" (Blasone, Jizba, & Vitiello, 2011, p.11)

  "Il VQ diviene un ponte che connette fra di loro tutti gli oggetti. Non può esistere alcun corpo isolato, così che l'attore fondamentale in fisica non è più l'atomo, ma il campo, cioè le distribuzioni nello spazio di atomi che variano nel tempo. Gli atomi divengono "i quanti" di questo campo di materia, allo stesso modo che i fotoni sono i quanti del campo elettromagnetico." (Del Giudice, Pulselli, & Tiezzi, 2009).

- In sintesi, ogni "particella" in fisica fondamentale, siano esse "fermioni" (quark, elettroni o neutrini) o "bosoni" (quanti delle forze fisiche fondamentali) sono quanti dei relativi campi di forze. Questo porta a una reinterpretazione dinamica del "principio di indeterminazione di Heisenberg" e del "principio di dualità particella-onda" della MQ.

♦ Mentre il principio di indeterminazione in QM si enuncia come:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Dove *x*, nell'esempio classico in QM dell'elettrone nell'atomo, è la posizione e *p* è la quantità di moto della particella, e $\hbar$ è la costante di Planck normalizzata sulla circonferenza.

♦ Nella QFT, invece, la stessa relazione si legge come:

$$\Delta n \Delta \varphi \geq \hbar$$

Dove *n* è il **numero di quanti** del campo di forza e φ è la **fase** del campo. Se ($\Delta n = 0$), φ è indefinita, così che ha senso non considerare il campo in favore del comportamento individuale tipo-particella. Al contrario, se ($\Delta\varphi = 0$), *n* è indefinito perché un numero estremamente alto di particelle sta oscillando insieme con una fase ben definita, cioè all'interno di un dato **dominio di coerenza di fase del campo**. In questo caso, sarebbe un non-senso descrivere il fenomeno nei termini di comportamento di particelle individuali, poiché prevalgono i modi collettivi del campo di forze.

- ♦ Questa interpretazione dinamica della relazione di indeterminazione nella QFT termica ci fa comprendere la centralità nel formalismo coalgebrico prima esaminato della **trasformazione di Bogoliubov** in quanto legata alla creazione-annihilazione di particelle dal QV.

13.3.5. Il principio di "foliazione del QV" (Blasone, Jizba, & Vitiello, 2011)

- ♦ La rilevanza cosmologica della nozione di "dominio di coerenza di fase" del QV si comprende quando si tiene presente che ogni coerenza di fase nel QV corrisponde a una **rottura spontanea di simmetria (*spontaneous symmetry breakdown*, SSB)** del **VQ allo stato fondamentale**, in base al "Teorema di Goldstone" (Goldstone, 1961), senza dipendere cioè da nessun "input esterno", visto che non c'è niente "fuori" del QV in fisica.
- ♦ Ovvero all'emergenza di un sistema coerente di oscillazione in fase di campi materiali con i relativi quanti (particelle) che, macroscopicamente (fisica della materia condensata basata sulla QFT), corrispondono all'**unità dinamica di un corpo fisico**

– metafisicamente al suo essere una **sostanza composta di elementi**, “sinolo” di “materia” (elementi oscillanti) e “forma” (ordinamento coerente delle loro oscillazioni dinamiche, degli elementi con i loro campi).

- ♦ Questo meccanismo cosmologico fondamentale della QFT ha portato certi fisici a pretendere di usare il meccanismo delle SSB’s del QV come spiegazione fisicalista del principio teologico della **creazione dal nulla** (Hawking & Mlodinow, 2010; Krauss, 2012), ignorando che essa riguarda non solo la generazione fisica della forma dalla materia prima (Aristotele), ma anche il porre in esistenza la stessa materia prima “fuori dal tempo” (Tommaso): ***creatio ex nihilo sui et subiecti*** (cfr. §13.3.1).
- ♦ Il riferimento a un principio ontologico di forma non è tuttavia metaforico. Infatti, a ogni SSB e a ogni dominio di coerenza di fase nei campi materiali della QFT corrisponde, in base al Teorema di Goldstone un **condensato di bosoni di Goldstone (o di Nambu-Goldstone (NGB)).** Essi appaiono normalmente in tutte le equazioni di campo della QFT e sono osservabili e misurabili sperimentalmente.
- ♦ Essi non sono quanti di un nuovo campo di forza, quanti di energia come i fotoni. Viceversa sono **quanti dei modi coerenti di oscillazione dei campi.** Prendono così

diversi nomi in base ai campi di forze che essi ordinano dinamicamente. P.es., nella fisica dello stato solido essi hanno il nome di **fononi.**

- Rompono, infatti, la simmetria del QV relativa all'oscillazione meccanica delle molecole, e che obbedisce alla **simmetria sferica di Galilei**. Intuitivamente, nello "stato gassoso" dei materiali, le molecole possono oscillare indifferentemente lungo qualsiasi direzione dello spazio. Se, abbassando la temperatura, rompiamo **longitudinalmente la simmetria** (oscillazione in fase secondo la direzione longitudinale) il materiale passerà allo "stato liquido"; se, abbassando ulteriormente la temperatura, rompiamo **longitudinalmente e trasversalmente la simmetria,** il materiale passerà allo "stato solido" che, se manifesta una distribuzione periodica delle molecole, corrisponderà allo "stato cristallino".

- Proprio perché gli **NGB** non sono quanti di energia, quando – di solito alzando la temperatura, per il ghiaccio a >0°C, per un diamante a >4.000°C – viene distrutta una coerenza di fase del comportamento oscillatorio dei campi di forza materiali, gli NGB's svaniscono senza residui: non devono soddisfare al I Principio della Termodinamica (per altri esempi di NGB, nella fisica fondamentale della materia condensata, chimica e biologia incluse, cfr. (Basti, 2014) e bibliografia relativa).

- Il grande risultato cui si perviene con la formalizzazione coalgebrica della QFT termica è che esiste un **principio di foliazione del QV,** cioè di stratificazione dei domini di coerenza del vuoto allo stato fondamentale che è la base fisica della costituzione di **sistemi complessi,** ma anche dei **meccanismi dinamici di memoria nel cervello (*deep belief, deep learning*)** inteso come sistema dissipativo dinamicamente *entangled* col suo bagno termico (ambiente). Praticamente, mediante il principio del DDF, il cervello può ridefinire dinamicamente i gradi di libertà (dimensioni) del suo "spazio rappresentazionale" sui gradi di libertà dell'ambiente. Non per nulla in questi ultimi dieci anni, le conferme sperimentali della QFT termica più rilevanti vengono proprio dalle dinamiche neurali (Cfr. per una sintesi (Capolupo, Freeman, & Vitiello, 2013) e bibliografia ivi citata).
- Il risultato teorico generale cui il formalismo coalgebrico della QFT termica è che il parametro termico *q* di ciascuna coppia di algebre (sistema) / coalgebre (bagno termico) **indicizza univocamente (*labels*) il processo di foliazione del QV.** Cosmolo-

gicamente, questo significa che possiamo definire *q* come una sorta di “parametro dell’evoluzione dell’universo”.

14. CENNI DI ONTOLOGIA FORMALE [CO1-10]

- A questo punto, definita la rilevanza di una fondazione coalgebrica della logica modale, possiamo accennare ad alcune nozioni fondamentali di una **ontologia formale su base naturalistica.**

- Per questo ci rifaremo ad alcune nozioni della sistematizzazione dell'ontologia formale che alcuni anni fa' il prof. Nino B. Cocchiarella, emerito di logica all'Università dell'Indiana a Bloomington, espresse in una serie di dieci lezioni presso la nostra università [CO 1-10], confluite in seguito nel suo libro (Cocchiarella, 2007).

- La differenza è che l'ontologia naturalista di Cocchiarella è pur sempre su base **concettualista**, si basa cioè sull'interpretazione concettualista moderna del naturalismo aristotelico, perché fondata su una semantica modale basata su una logica del second'ordine.

♦ Nondimeno, la sintesi di Cocchiarella è utile come **tassonomia introduttiva** di alcune nozioni fondamentali di ontologia formale, **in relazione ai linguaggi naturali (LN)**, secondo però quella “svolta linguistica incompleta” che caratterizza anche il suo maestro Frege, che continua a fondare concettualmente e non semioticamente la significazione in logica (cfr. §13.1).

14.1.Definizione di ontologia formale

- «Un’ontologia formale è sia una teoria espressa in forma logica sia una teoria della struttura metafisica del mondo. Ciò che ne fa una teoria espressa in forma logica è il fatto che le differenti categorie ontologiche o modi di essere sono rappresentate in esse da differenti categorie logico-grammaticali» [CO, 1-2]. → Ontologia formale, costituita da:

    1. **Grammatica ontologica**: ciò che determina come le diverse espressioni delle categorie logico-grammaticali di una lingua possono essere combinate per rappresentare aspetti ontologici diversi del mondo. → categorie **ontologiche**.

2. **Leggi ontologiche:** che determinano le formule valide di quella grammatica, cioè come le espressioni delle diverse categorie logico-grammaticali di una data ontologia **(=categorie ontologiche)** possono essere deduttivamente trasformate.

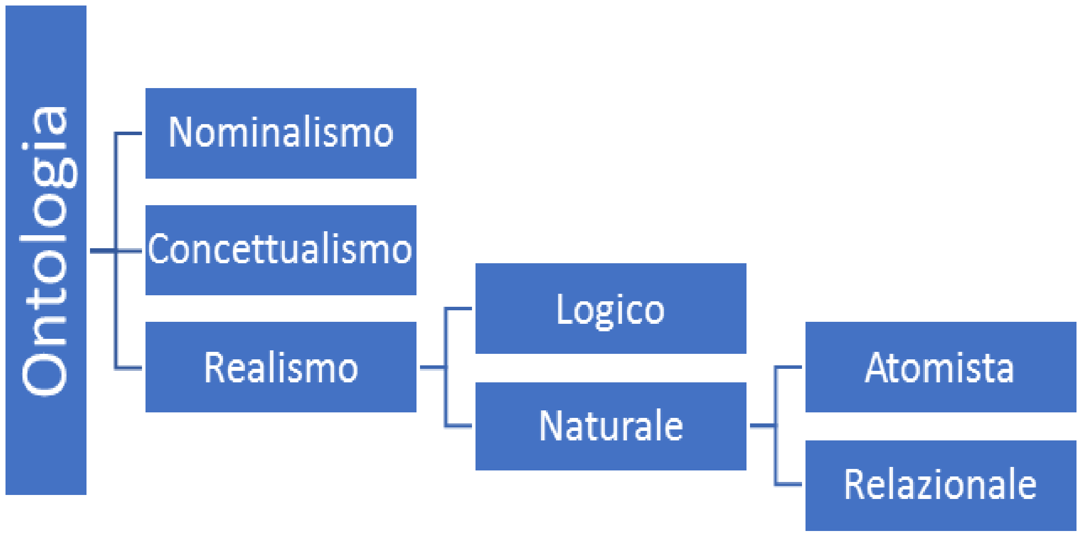
- Per ambedue queste funzioni, centralità della questione di come **il nesso della predicazione** viene interpretato nel sistema metafisico che una data ontologia formale rappresenta ← nesso della predicazione determina come le espressioni delle categorie logico-grammaticali di una teoria formalizzata possono essere validamente combinate e trasformate deduttivamente.

- 3 principali teorie della predicazione nella storia ↔ tre teorie degli universali (≠classi o insiemi = ciò che può essere predicato di un nome: Aristotele, *De Interpretatione*, 17a39) (Basti, 2014):

1. **Nominalismo:** gli universali predicabili sono ridotti a espressioni predicative di un dato linguaggio che, *mediante le sue regole d'uso convenzionali*, determina le condizioni di verità delle proposizioni nel loro uso referenziale (Sofisti, Abelardo, Quine, …).

2. **Concettualismo:** gli universali predicabili sono espressioni di *concetti mentali*, cosicché sono le *regole del pensiero* che determinano le condizioni di verità delle proposizioni nel loro uso referenziale (Kant, Husserl, Cocchiarella…).
3. **Realismo:** universali predicabili sono espressioni di *proprietà e relazioni* che esistono indipendentemente dalle capacità linguistiche o mentali:
   a. **Nel dominio logico:** abbiamo così il *realismo logico*, dove le *relazioni logiche* determinano le condizioni di verità delle proposizioni nel loro uso referenziale (Platone, Frege…);
   b. **Nel mondo fisico:** abbiamo così le ontologie del cosiddetto *realismo naturale* o "naturalismo". A sua volta, il naturalismo può essere di due tipi:
      - **Atomista:** senza generi naturali, dove le *regole logico-matematiche* determinano le condizioni di verità delle proposizioni nel loro uso referenziale a evidenze sperimentali (Democrito, il Wittengstein del *Tractatus*, l'Atomismo Logico (AL) di Carnap…)

- **Relazionale:** con generi naturali, dove le *relazioni reali fra cose* (cause) determinano le condizioni di verità delle *relazioni logiche* fra proposizioni nel loro uso referenziale (Aristotele, Tommaso, Poinsot, Peirce, Kripke…)



- La principale differenza fra le due forme di naturalismo è che quello relazionale ammette la **referenza generale e non solo individuale.**

- Ammette, cioè, la capacità di **riferimento extra-linguistico di nomi comuni a generi naturali** (*natural kinds* (Kripke), *generals* (Peirce), generi-specie (Tommaso)…) (p.es., “animale”, “mammifero”, “cavallo”, etc.), e non solo di nomi propri a individui (p.es., “*questo* cane, Fido”), mentre l’atomismo non lo ammette.
- Conseguentemente, il naturalismo relazionale è capace di distinguere **fra diverse modalità *de re* – attuale e virtuale – sia di individui che di generi naturali**, ambedue *realmente* (causalmente) e non logicamente fondate. Al contrario, l’atomismo **riduce le modalità *de re* a quelle *de dicto***, e quindi la necessità causale a quella logica – da cui la sua connotazione come AL.
- Infine, come il termine “relazionale” evidenzia, il naturalismo relazionale è legato alla fondazione semiotica della significazione (Peirce) e quindi allo sviluppo dell’algebra delle relazioni, alla logica della Teoria delle Categorie, alla semantica relazionale di Kripke, alla sua teoria dei modelli e, quindi, alla interpretazione coalgebrica della semantica modale, come abbiamo visto in precedenza.
- Dal punto di vista **cognitivo** e quindi **epistemologico** senza nessuna finalità fondazionale – ed in questo ci differenziamo dal “realismo concettualista” di Cocchiarella –, il naturalismo relazionale è compatibile con la soluzione tommasiana del proble-

ma fra **predicazione concettuale e reale** che si oppone a quella di Abelardo e dei moderni.

- Secondo questa soluzione non esistono **due tipi di universali e di predicati,** reali e concettuali (→ irresolvibilità del moderno problema epistemologico “soggetto-oggetto”), ma **doppia significazione dello stesso predicato (*predicatio in intentio prima et secunda*)**:
  1. **Significazione naturale (*in intentio prima* →** “prima riflessione dell’intelletto”): coll’enunciato predicativo, in quanto conosciuto consapevol-mente, si significa (ci si riferisce al)la proprietà/relazione naturale.
  2. **Significazione concettuale (*in intentio secunda* →** “seconda riflessione dell’intelletto”): coll’enunciato predicativo si significa solamente il (ci si riferi-sce al) concetto (alla concettualizzazione **astratta** della proprietà/relazione natu-rale), ovvero ci si riferisce **all’oggetto e non alla cosa** secondo l’efficace sintesi di Poinsot (Cfr. §13.1)
- **Utile simbolizzazione** (non formalizzazione) proposta da Cocchiarella della teoria della doppia significazione nel “realismo concettuale”, resa attraverso un’opportuna **indicizzazione dei quantificatori** che hanno per argomento anche **variabili predi-**

cative e non solo **individuali** (→ ci muoviamo ovviamente in una semantica (meta-linguaggio) del secondo ordine):

1. $(\forall F^j)(\exists x_1),\ldots,(\exists x_j)\ F(x_1,\ldots,x_j)$: **significazione concettuale** (predicato F significa un concetto)

- Predicazione *in intentio secunda*, dove non ci si riferisce **mai** a entità reali, ma solo astratte.

2. $(\forall^n F^j)\Diamond^C(\exists x_1),\ldots,(\exists x_j)\ F(x_1,\ldots,x_j)$: **significazione naturale** (predicato F significa una proprietà naturale)
   Dove $(\forall^n)$ significa che la variabile predicativa argomento del quantificatore denota una **proprietà naturale** (n) e dove $(\Diamond^C)$ significa che l'operatore modale di possibilità è preso in senso aletico-ontico di **possibilità causale,** reale e non logica o razionale.

- Proprietà naturali reali $(\forall^n)$ in quanto **entità**, **causalmente realizzabili** $(\Diamond^C)$, anche quando non attualmente realizzate, in nessun individuo (Tommaso *vs.* Aristotele).

- Per Aristotele infatti le essenze o le “sostanze seconde” esistono solo negli individui, quindi non hanno alcuna realtà (p.es., biologica) se nessun individuo realizza quell’essenza → ontologia aristotelica **anti-evolutiva.**

- **Viceversa,** per Tommaso e per la Scolastica, era fondamentale, poter giustificare in teologia i **futuribili** per garantire la libertà del Dio Creatore, il fatto cioè che oltre l’universo attuale e gli enti che lo costituiscono, **potevano esistere** *in mente Dei* altri enti e altri universi.

    - → **Soluzione della Scolastica scotista (medievale) e suareziana (moderna):** le essenze hanno un’esistenza **possibile**, ma di tipo **logico** non naturale, *in mente Dei* o *in mente hominis* (Kant) soltanto.

- **Soluzione di Tommaso:** l’essere che compete a ogni essenza è **l’essere in potenza** nelle cause (Prima e seconde) in grado di farle essere in determinati individui esistenti mediante la **partecipazione dell’atto di essere** → teoria della distinzione **reale** e non (solo) logico-razionale essere-essenza.

- → **Ontologia dei generi naturali aristotelica** (spiegazione **causale** delle essenze come "ciò che esiste nei molti" (sostanze seconde) e mai "esistere in sé" come gli individui (sostanze prime)) può essere **resa compatibile con le evidenze della teoria evolutiva**, fisica e biologica.
- P.es.: La natura (essenza) del "dinosauro" ha una sua realtà biologica, anche **oggi** quando non esiste alcun dinosauro, nella **potenza attiva** delle cause naturali (DNA+nicchia ecologica appropriata) in grado di far esistere **ancora** dinosauri (sono dei futuribili) **senza dover contraddire** alcuna legge biologica. La stessa cosa non si può dire invece di essenze quali quelle dello "ippogrifo" o della "araba fenicie" che, quelle sì, hanno un'esistenza possibile solo **mentale** (sebbene "fantastica" e non "logica").

14.2. Diversi sensi dell'essere e teorie della predicazione

- ♦ Come abbiamo visto, ciò che caratterizza **un'ontologia formale** che non sia **nominalista** è la distinzione fra almeno **tre sensi** del termine **essere** in formule referenziali, (formule quantificate, proposizioni) → Ciò che è **reale** è molto di più **($\gg$)** di ciò che è **esistente** (**essere**$\gg$**esistere**). È **reale** (in simboli):

- $\{\exists x, \exists F; \forall x, \forall F\}$: ciò che **può essere** (*potentia esse*, essere potenzialmente), ma non esiste **attualmente** (p.es. enti *x* e/o proprietà *F* passati/futuri rispetto a un io pensante e/o a un concorso causale, enti logici, fantastici, etc.).
- $\{\exists^e x, \forall^e x; \exists^e F, \forall^e F\}$: ciò che **è attualmente**, esiste, come individuo generico *x* e/o come proprietà *F* in uno o più individui.
- $E!(a) =_{def} (\exists^e y)\ (y = a)$: ciò che **è esistente come individuo concreto**, ma mai come proprietà → $(\forall^e F)\ \neg E!(F)$
- Come già ricordato le diverse ontologie dipendono da come, nelle formule quantificate, intendiamo il nesso della **predicazione**, il nesso cioè fra il predicato cioè e il(i) suo(i) argomento(i), siano essi variabili individuali o predicative:
  1. Se in senso puramente **nominale/funzionale** (→ **universali non esistono**, predicati non denotano nulla (concetto o proprietà), esprimono solo **relazioni linguistiche** ovvero **relazioni formali fra simboli**: → **formalismo** in logica e **nominalismo** in ontologia).

2. Se in senso **contenutistico logicista/concettualista** (→ universali logici e/o nella mente, predicati denotano enti logici/concetti, esprimono primariamente relazioni fra enti logici/concetti: → logicismo (Platone, Frege) e/o concettualismo (Descartes, Kant).
3. Se in senso **contenutistico naturalista** (**→ universali *in re***, predicati denotano proprietà/relazioni reali degli oggetti: **realismo** (Aristotele, Tommaso, Poinsot, Peirce, Kripke…)**.**

14.3. Realismo intenzionale: proprietà naturali *vs* generi naturali

- Tipico dell'ontologia formale è il rispetto dell'**intrinseco valore ontologico di LN** e quindi di tutte le lingue naturali delle diverse culture. In particolare, si valorizza la distinzione fra **predicazione essenziale** (= predicazione **di genere**, ciò che un individuo **è**) e **predicazione accidentale** (= predicazione **di proprietà,** ciò che un individuo **ha**):
  1. **Predicazione aggettivale** *vs.* **appartenenza di classe**: es.: "Alcune piante sono verdi" (**LS:** $\exists x\ Vx$: "per qualche x, V di x")

2. **Predicazione sostantivale (o di essenza): Generi concettuali/naturali** *vs.* **classi/insiemi.** Es.: "L'uomo è un animale" (**LS:** $\forall x\, x$U: "per tutti gli *x*, *x* di U")

- Anche i **generi (specie) naturali,** come le **proprietà naturali** sono **causalmente realizzabili** in natura, anche se in forma diversa delle proprietà, perché occorre giustificare il principio evidente di ogni naturalismo della **conservazione della specie/genere attraverso il succedersi degli individui**.
- **Generi naturali o** ***Natural Kinds*** (denotati attraverso distinta indicizzazione dei quantificatori delle rispettive variabili predicative: $\forall^K\ \exists^K$) interpretabili come **nodi stabili** (→ identità nel tempo del genere, attraverso succedersi degli individui appartenenti) della **struttura causale dell'evoluzione fisica e/o biologica** della natura, in simboli, da cui dipende:

1. **L'identità degli individui**, appunto genericamente intesi:

$$(\forall^k A)\Diamond^C(\exists^e x)(\exists y A)\ (x=\mathrm{y})$$

2. **Necessariamente l'esistenza concreta dei singoli** → appartenenza **ontologica** al genere (= condivisione di un unico concorso causale necessitante) fondamento dell'appartenenza **logica** alla classe:

$$(\forall^k A)\ (\forall y A)\ \Box^C(E!(x) \rightarrow x{=}y \wedge x \in \mathbf{A})$$

dove *A* è il **nome comune** che denota il genere inteso come **congiunzione di individui** con una storia causale comune ($\forall xA$= "ogni *x* che è un *A*", p.es.: "ogni uomo") e **A** è il corrispondente simbolo astratto per la classe come **congiunzione di proprietà** comuni a più individui.

- **P.**es., in **biologia genetica:** generi intesi come nodi stabili della struttura causale, sarebbero il corrispettivo ontologico della **stabilità DNA+nicchia ecologica** da cui la stabilità di una specie biologica criticamente dipende.

14.4.Un’applicazione: ominizzazione e identità biolo-gica

14.4.1. Il problema

- Problema dell’**ominizzazione** → zigote = persona umana → soggetto di diritti ina-lienabili?
- **Evidenza biologica**: zigote ↔ **nuovo individuo** biologico ← stabilizzazione + +replicazione sequenza DNA → base del processo di **meiosi (suddivisione) cellu-lare** →
- → Problema **dell’identità umana** dello zigote. Ovvero ciò che è individuo biologi-co con DNA della specie umana è anche individuo umano a pieno titolo (= perso-na→soggetto di diritti)?

14.4.2. Ominizzazione: classe *vs.* genere

- Predicazione nelle scienze → in biologia = **predicazione per classi**:

1. Definizione di una **congiunzione di proprietà** genetiche, immunologiche e cerebrali come condizioni n. & s. per la caratterizzazione della classe "uomo" (Boniolo 2004).
2. Perché un individuo **appartenga alla classe umana** deve possedere **attualmente** tutte le proprietà caratterizzanti.

- Lo zigote **ha solo le proprietà genetiche** → dallo zigote derivano parti (p.es., placenta) che non apparterranno all'organismo sviluppato + dallo stesso zigote può derivare più di un organismo umano → **difficoltà di identificare "zigote umano" e "persona umana"** soggetto di diritti dal p.d.v. strettamente biologico.
- Ma **è un duplice errore logico** pretendere una simile identificazione:
  1. **Errore di categoria (ontologica *vs.* logica):** persona = ente concreto ≠ astratto elemento di classe
  2. **Errore di predicazione:** umanità = genere ≠ classe, denota una **congiunzione di individui** con storia causale comune, non di proprietà predicate comuni ($xA \neq A(x)$).

14.4.2.1. Ominizzazione: predicazione per genere

- Predicazione in **ontologia** = predicazione per genere/specie:

1. Determinazione del **complesso di cause necessitanti** l'esistenza di uno o più individui e delle proprietà che progressivamente lo(i) caratterizzeranno (abbraccia la totalità dell'esistenza dell'individuo: predicazione metafisica basata sull'*abstractio totius*).
2. → Può essere denotato con un nome di genere anche **un individuo biologico che non possiede attualmente tutte le proprietà conseguenti** a quella modalità di esistenza → Generi/specie non sono proprietà predicabili, ma nomi denotanti modalità di esistenza (l'esistere-come) di collezioni di individui *(sortal names).*

14.4.2.2. Soluzione del problema

- **Soluzione** problema ominizzazione:
  1. Se intendiamo "persona umana" individuo che possiede **attualmente** tutte le proprietà che caratterizzano la sua umanità → zigote è **virtualmente persona(e)** ovvero **"persona(e) in potenza attiva"** → ha diritto a svilupparsi nelle sue potenzialità = acquisire attualmente le proprietà che lo caratterizzano come individuo biologico a livello di zigote (p.es., l'ovulo o lo spermatozoo non hanno un tale diritto perché non sono geneticamente individualità biologica: non hanno una sequenza completa di DNA in grado di auto-replicarsi per meiosi cellulare).

2. Se intendiamo con persona come **membro del genere umano** → il **soggetto metafisico** di tutte le sue proprietà attuali o potenziali → dobbiamo attribuire questa denotazione a tutto l'insieme dello sviluppo della persona **fin dallo stato di zigote**.

- Moralità **naturale** dell'ingegneria genetica:

  - Intervento **coerente** alla facilitazione e/o correzione (in caso di malformazioni) del **concorso causale genetico e ambientale** che porterebbe allo sviluppo pieno dello zigote secondo la potenzialità della sua umanità.

15. Bibliografia IV Parte

Abramsky, S. (2005). A Cook's Tour of the Finitary Non-Well-Founded Sets (original lecture: 1988). In S. Artemov, H. Barringer, A. d'Avila, L. C. Lamb, & J. Woods (A cura di), *Essays in honor of Dov Gabbay*. *Vol. I* (p. 1-18). London: Imperial College Pubblications.

Basti, G. (2014). L'ontologia formale del "realismo naturale", cosmologia evolutiva e partecipazione dell'essere. *Divus Thomas, 117*(2), 229-234.

Basti, G. (2015). L'idea di scienza di Maritain fra passato e futuro. *Aquinas, 58*(1).

Basti, G., Capolupo, A., & Vitiello, G. (2016). *Quantum Field Theory and Coalgebraic Logic in Theoretical Computer Science*. Retrieved from arXiv:1701.00527v1 [quant-ph] 29 Dec 2016: http://www.arxiv.org

Blackadar, B. (2005). *Operator algebras: Theory of C* Algebras and Von Neumann Algebras*. Berlin- New York: Springer.

Blasone, M., Jizba, P., & Vitiello, G. (2011). *Quantum field theory and its macroscopic manifestations. Boson condensations, orderd patterns and topological defects*. London: Imperial College Press.

Capolupo, A., Freeman, W. J., & Vitiello, G. (2013). Dissipation of dark energy by cortex in knowledge retrieval. *Physics of life reviews*, *10*(1), 85-94.

Cocchiarella, N. B. (2007). *Formal Ontology and Conceptual Realism.* Berlin-New York: Springer Verlag.

Del Giudice, E., Pulselli, R., & Tiezzi, E. (2009). Thermodynamics of irreversible processes and quantum field theory: an interplay for understanding of ecosystem dynamics. *Ecological Modelling*, *220*, 1874-1879.

Goldstone, J. (1961). Field Theories with Superconductor Solutions. *Nuovo Cimento*, *19*, 154–164.

Goranko, V., & Otto, M. (2007). Model theory of modal logic. In P. Blackburn, F. J. van Benthem, & F. Wolter (A cura di), *Handbook of Modal Logic* (p. 252-331). Amsterdam: Elsevier.

Hawking, S., & Mlodinow, L. (2010). *The grand design.* New York: Bantam Books.

Husserl, E. (1891). Besprechung: Schröder, Ernst, 'Vorlesungen über die Algebra der Logik. (Exakte Logik). I Band. Leipzig, B. G.Teubner. 1890'. In *Göttingische gelehrte Anzeigen* (pp. 243-78). Göttingen.

Krauss, L. M. (2012). *A universe from nothing. Why there is something rather than nothing. Afterward by Richard Dawkins*. New York: Free Press.

Landsman, N. P. (2011, December 14). *Lecture notes on operator algebras*. Retrieved from Institute for Mathematics, Astrophysics, and Particle Physics. Radboud University Nijmegen: http://www.math.ru.nl/~landsman/OA2011.html

Nambu, Y. (1960). Quasiparticles and Gauge Invariance in the Theory of Superconductivity. *Physical Review , 117*, 648–663.

Patton, C. M., & Wheeler, J. A. (1975). Is physics legislated by cosmogony? In C. J. Isham, R. Penrose, & D. W. Sciama (A cura di), *Quantum gravity* (p. 538-605). Oxford, UK: Clarendon Press.

Peirce, C. S. (1868). On a New List of Categories. *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences, 7*, 287-298.

Peirce, C. S. (1885). On the algebra of logic. A contribution to the philosophy of notation. *American Journal of Mathematics, 7*(2), 180-196.

Peirce, C. S. (1886). *One, Two, Three: Kantian Categories. MS [R] 897*. Retrieved May 15, 2016, from Commens Digital Companion to C. S. Peirce. Term: "Firstness": http://www.commens.org/dictionary/term/firstness

Peirce, C. S. (1897). The logic of relatives. *The Monist, 7*(2), 161-217.
Rutten, J. J. (2000). Universal coalgebra: a theory of systems. *Theoretical computer science, 249*(1), 3-80.
Rutten, J. J., & Sangiorgi, D. (2012). *Adavnced topics in bisimulation and coinduction.* Cambridge, UK: Cambridge UP.
Schröder, E. (1890). *Vorlesungen über die Algebra der Logik. (Exakte Logik). I Band.* Leipzig: B. G. Teubner.
Stone, M. H. (1936). The theory of representation for Boolean algebras. *Transactions of the American Mathematical Society, 40*, 37-111.
Van Benthem, J. (1984). Correspondence theory. In D. Gabbay, & F. Guenthner (Eds.), *Handbook of philosophical logic. Vol. II* (pp. 167-247). Dordrecht, NL: Reidel.
Venema, Y. (2007). Algebras and co-algebras. In P. Blackburn, F. J. van Benthem, & F. Wolter (A cura di), *Handbook of modal logic* (p. 331-426). Amsterdam, North Holland: Elsevier.

SOMMARIO

NOTE

[1] Questo è l’errore logico delle teologie naturali neo-platoniche e più specificatamente della teoria plotiniana, ma anche di tutte le teorie dell’*Intelligent Design* non per nulla spesso espressione di movimenti integralisti. Per dirla in termini aristotelici: “causalità efficiente” e “causalità finale” non vanno mai confuse. Perché la “causalità finale” diventi capace di “produrre effetti” va incorporata in un “soggetto agente intenzionale” già dotato di “causalità efficiente”, p.es., l’uomo nel caso di effetti finiti nell’ambito del potere causativo dell’uomo, Dio Personale nel caso di una causalità efficiente (creativa) sull’universo. Ma in questo caso il “finalismo dell’universo” non potrebbe essere usato per provare l’esistenza di un Dio Personale, perché siffatto finalismo lo presuppone (→ *petitio principii*). Ovviamente, nel caso di Aristotele questo problema non si pone perché il suo “Motore Immobile” è sì “Pensiero di Pensiero”, ma non esercita alcuna causalità efficiente sull’universo, per lui increato. Anche per Tommaso questo problema non si pone, sia perché la “quinta via” suppone le altre quattro sulla Causa Prima come “causa efficiente” dell’universo, sia perché, rispetto all’affermazione dell’esistenza di un “Dio Personale” in quanto distinto dalla Causa

Prima, tutte e cinque le “vie” di Tommaso sono, appunto, “vie” e non “prove” [Su questo punto cfr FN, cap. VI].

[2] Di fatto tutti gli argomenti che i teorici moderni e contemporanei dell’evidenza scientifica del finalismo adducono a favore della loro posizione, sono di fatto argomenti che confutano il **meccanicismo**, ovvero, in termini aristotelici, confutano la riduzione di tutta la causalità in fisica alla “causalità efficiente” e “materiale”. Essi quindi provano solo l’esistenza di una “causalità formale”, ovvero provano che **l’informazione totale** (relazioni di ordinamento delle parti) di un sistema fisico complesso (fisico, chimico, biologico) non è riducibile a quella delle (alle relazioni di ordinamento deducibili dalle) condizioni iniziali meccaniche (“posizione” e “quantità di moto”, ontologicamente: alle cause iniziali, rispettivamente, “causa materiale” e “causa efficiente”) del sistema. [Su questo punto, cfr. FN cap. VI].

[3] Vedremo come il sistema di logica modale **KD45** nella sua interpretazione **epistemica** fornisca un’ottima esplicitazione della struttura logica dell’operatore **S** come operatore del sapere “bene fondato”, o **vero** in senso forte.

[4] E’ chiaro che “mondo attuale” in quanto contrapposto a “mondi possibili” non si identifica col “mondo degli enti fisici”, che è solo un sotto-insieme di esso, né si identifica col “mondo presente”, nel senso che sia impossibile un “sapere fondato” su “mondi possibili” particolari, quali, per esempio, quelli degli “eventi passati” o “futuri”. E’ chiaro però che, per esempio, per essere “fondato”, quest’ultima forma di sapere retro-/pre-dittivo i “mondi” di cui si parla devono essere in una particolare **relazione ontica** (causale) col “mondo attuale” o parti di esso, nel senso, rispettivamente di sua (loro) **causa** o sua (loro) **effetto.**